



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



## Tarefa: Números e Dízimas

**Conteúdo:** Dízimas infinitas não periódicas e números reais

Fonte: BORGES, T. J. T. **A Aprendizagem de Números Irracionais:** um estudo com alunos do 8º ano. 295f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) - Universidade de Lisboa. Lisboa. 2018. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10451/38476>

### TAREFA NÚMEROS E DÍZIMAS

*Recorda:*

Um número *racional* é um número que pode ser escrito na forma de razão entre dois números inteiros. Pode ser representado por dízimas finitas ou infinitas periódicas.

- 1) Considera o número  $\frac{13}{19}$ .
  - 1.1) Será que este número se pode representar por uma dízima finita? Justifica a tua resposta.
  - 1.2) Recorrendo à calculadora, indica um valor aproximado para  $\frac{13}{19}$ .  
Será que este número é representado por uma dízima infinita periódica? Justifica a tua resposta.
- 2) Considera a seguinte dízima infinita:  
 $0,121221222122221\dots$ 
  - 2.1) Acrescenta-lhe casas decimais até que o número apresentado tenha seis algarismos 1.
  - 2.2) Será esta dízima periódica? Justifica a tua resposta.
- 3) Dá exemplos de dois números representados na forma de dízima que não sejam números racionais, justificando a tua escolha.
- 4) Faz um esquema que resuma os tipos de dízima que estudaste.

### PLANO DE AULA

*Horário:* das 9h15m às 10h05m

*Tópicos, noções e conceitos:*



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



- Representação decimal e fracionária de um número racional
- Representação decimal de um número irracional

*Objetivos específicos de aprendizagem:*

1. Explorar a representação decimal e fracionária de número racional.
2. Reconhecer a existência de um novo tipo de dízima (infinita não periódica).
3. Reconhecer a ineficácia do uso da calculadora na identificação de dízimas infinitas periódicas e de números racionais.

*Capacidades transversais:*

- Dízima finita
- Dízima infinita periódica
- Número racional
- Fração decimal

*Recursos:*

Professor: Planificação da aula

Alunos: Ficha de trabalho e material de escrita

*Avaliação:*

A avaliação das aprendizagens será feita com base na apreciação do trabalho autônomo dos alunos, nomeadamente no seu envolvimento na ficha de trabalho, e no nível da sua participação na discussão da tarefa.

## METODOLOGIA DE TRABALHO

O professor anunciará aos alunos que realizarão uma ficha de trabalho acerca dos números racionais. O professor distribuirá a tarefa por mesa, pedirá aos alunos para resolverem autonomamente a pares e informá-los-á do tempo para a resolver. Em cada mesa serão entregues dois enunciados da tarefa, um dos enunciados contendo a resolução de cada par será entregue ao professor antes da discussão da tarefa no âmbito do estudo em curso. Depois, proceder-se-á à discussão coletiva dessas questões. Será pedido a um aluno para responder oralmente à alínea 1.1. e após apresentar a sua resposta, serão esclarecidas eventuais dúvidas. O professor utilizará este processo para a discussão das alíneas 1.2. e 2.2. Será pedido a um aluno para resolver a alínea 2.1. no quadro e após apresentar a sua



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



resolução, serão esclarecidas eventuais dúvidas. O professor utilizará este processo para a discussão da questão 3. Para a discussão da questão 4, o professor resolvê-la-á no quadro com a assistência, interpelando-os até ser apresentada uma resolução correta e que os alunos concordem com ela. Realizar-se-á a sistematização de ideias no final da discussão das questões 2 e 4.

#### MOMENTOS DA AULA

(1) Início da aula: entrada dos alunos e escrita da data no quadro.	9h15m - 9h20m
(2) Apresentação da ficha de trabalho.	9h20m - 9h25m
(3) Trabalho autônomo dos alunos.	9h25m - 9h45m
(4) Discussão da tarefa com a turma e sistematização de ideias.	9h45m - 10h05m

#### DESENVOLVIMENTO DA AULA

*(1) Início da aula: entrada dos alunos e escrita da data no quadro.*

*(2) Apresentação da ficha de trabalho.*

Serão distribuídos dois enunciados da ficha de trabalho acerca dos números racionais por mesa.

O professor informará os alunos que uma das resoluções da ficha será entregue antes da discussão da tarefa, do tempo para resolver a ficha e também da sua disponibilidade para os apoiar com eventuais dificuldades. O professor escreverá no quadro a hora que terá início a discussão coletiva da tarefa.

*(3) Trabalho autônomo dos alunos.*

O professor circulará pela sala observando as resoluções dos alunos de modo a recolher informações acerca das suas estratégias de resolução para o processo de seleção dos alunos que resolverão as questões da tarefa durante a discussão.

O professor também circulará pela sala de modo a apoiar os alunos, através do questionamento, com eventuais dificuldades.



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



---

*Resolução da alínea 1.1.:*

Como o denominador não é um produto de potências de bases 2 e 5, então a fração não é decimal, logo a fração não se pode representar por uma dízima finita.

Notas quanto à resolução: uma outra justificativa correta para esta questão é afirmar que a fração não é equivalente a uma fração cujo denominador seja um múltiplo de 10.

Dificuldades previstas: não se prevêem dificuldades por parte dos alunos em reconhecerem que o número apresentado não pode ser representado por uma dízima finita, mas sim em apresentarem uma justificativa.

Prevê-se que os alunos não recordem que uma fração tem de ser decimal para que a dízima seja finita. Caso um aluno tente justificar que o número não pode ser representado por uma dízima finita por a fração não ser decimal, prevê-se que o aluno tenha dificuldades em justificar porque é que a fração não é decimal.

Também se prevê que alguns alunos recorram à calculadora cuja visualização não permitirá concluir que a dízima é infinita periódica e assim concluam que a dízima seja finita. Logo, os alunos usarão a visualização da calculadora como argumento, o que é insuficiente.

Ação do professor face às dificuldades dos alunos: caso o aluno não saiba identificar uma dízima finita com base na representação em fração, o professor pedirá ao aluno para que forneça exemplos de dízimas finitas. O professor pedirá ao aluno para que acrescente mais casas decimais aos novos exemplos de dízima finita que ele forneça. O professor pedirá ao aluno como se escrevem essas dízimas em fração, não prevendo dificuldades. O professor perguntará então ao aluno o que os denominadores têm em comum e prevê que o aluno saiba responder que são potências de base 10. O professor perguntará ao aluno como se chamam as frações com expoentes deste tipo, prevendo que ele responda frações decimais. O professor voltará a perguntar ao aluno se a fração é representada por uma dízima finita e prevê que ele responda negativamente, argumentando que 19 não pode ser escrito numa potência de base 10 ou que a fração não é decimal. Para garantir que o aluno apresente uma definição completa e correta de fração decimal, o professor perguntará ao aluno se um quarto é uma fração decimal. O professor prevê que o aluno responda negativamente, por o denominador dessa fração não ser um múltiplo de 10, e então perguntará ao aluno se consegue converter a fração um quarto numa fração cujo denominador seja múltiplo de 10. Caso o aluno não consiga, o professor perguntará ao aluno a que dízima corresponde um quarto, donde prevê que o aluno responda corretamente 0,25. Depois o professor pedirá ao aluno para que a converta em fração, donde prevê que o aluno converta corretamente para vinte e cinco e cem avos e conclua que as suas frações são equivalentes. O professor prevê



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



que o aluno conclua que uma fração decimal é uma fração cujo denominador é um múltiplo de 10 ou equivalente a uma fração cujo denominador é um múltiplo de 10.

Caso o aluno recorra à justificação de que a fração não é decimal, mas não sabe explicar, o professor pedirá ao aluno que forneça exemplos de frações decimais. Caso o aluno apresente exemplos corretos, o professor recorrerá ao processo anteriormente descrito quando de estabelecer uma relação entre os denominadores das frações decimais.

Caso o aluno não saiba apresentar exemplos, o professor recorrerá ao processo anteriormente descrito desde o início. Caso o aluno utilize a visualização da calculadora como argumento, o professor perguntará ao aluno se a dízima não tem mais casas decimais do que as visualizadas na calculadora. Prevê-se que o aluno responda que não há forma de saber e aí o professor perguntará ao aluno se a visualização na calculadora é suficiente para concluir que a dízima é finita. O professor prevê que o aluno responda que não, e o professor orientará então o aluno com o processo descrito anteriormente para chegar à resolução apresentada.

*Resolução da alínea 1.2.:*

$$\frac{13}{19} = 0,6842105253 \dots$$

O número é representado por uma dízima infinita periódica porque está representada em forma de fração e não é finita.

Dificuldades previstas: não se prevêem dificuldades por parte dos alunos em obter um valor aproximado da fração, mas prevê-se que os alunos mostrem dificuldades na justificação. Prevê-se que os alunos afirmem que a dízima não é periódica com base na representação decimal apresentada na calculadora.

Ação do professor face às dificuldades dos alunos: o professor perguntará ao aluno o motivo pelo qual não considera a dízima periódica. Prevê-se que o aluno invoque a representação decimal apresentada na calculadora e aí o professor perguntar-lhe-á que tipo de dízimas conhece. Prevê-se que o aluno responda dízimas finitas e infinitas periódicas. Aí, o professor perguntará ao aluno se já tinha feito alguma conclusão acerca da representação decimal da fração. Prevê-se que o aluno recorde a resolução da alínea 1.1. e conclua que como a fração não pode ser representado por uma dízima finita, então tem de ser uma dízima periódica. Para garantir que o aluno apresente uma definição correta e completa de dízima infinita periódica, o professor perguntar-lhe-á se não aprendeu a representar dízimas infinitas periódicas diferentes da forma decimal. Prevê-se que o aluno responda em números fracionários, note que está perante um número fracionário e como referiu que o número não



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



pode ser representado por uma dízima finita na alínea anterior, conclua que tem de ser por uma dízima infinita periódica.

*Resolução da alínea 2.1.:*

0,121221222122221222221...

Dificuldades previstas: não se prevêem dificuldades por parte dos alunos em apresentar a nova dízima, pois prevê-se que eles saibam identificar a lei de formação da dízima.

*Resolução da alínea 2.2.:*

Esta dízima não é periódica, pois não existe repetição de nenhuma sequência de números na mesma disposição.

Dificuldades previstas: prevê-se que alguns alunos identifiquem a dízima como periódica por acharem que a construção da dízima segue uma lei específica de formação. Ação do professor face às dificuldades dos alunos: prevendo que o aluno afirme que a dízima é periódica por seguir uma lei específica de formação, o professor perguntará então ao aluno o que faz de uma dízima periódica. O professor prevê que o aluno apresente uma definição semelhante a: “é uma dízima com uma sequência infinita de números em que a partir de um número se repetem os anteriores na mesma disposição”. Aí, o professor perguntará ao aluno se haverá alguma repetição de números na mesma disposição e caso responda afirmativamente, então qual o período. Prevê-se, no entanto, que o aluno reconheça que não existe nenhuma repetição de números na mesma disposição e conclua que a dízima não é periódica.

*Resolução da alínea 3:*

Dois exemplos de números representados na forma de dízima que não sejam números racionais são:

0,101001000100001...

0,44544554455545555...

No primeiro exemplo, a seguir a cada algarismo 1, acrescenta-se mais um algarismo 0, e no segundo exemplo, a seguir a cada 44, acrescenta-se mais um algarismo 5 logo não há



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



uma sequência infinita de números em que a partir de um número se repetem os anteriores na mesma disposição.

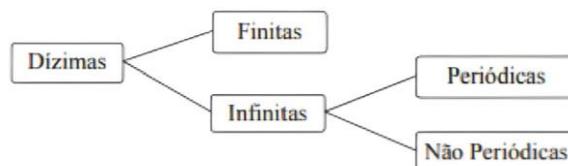
Notas quanto à resolução: sendo esta questão uma tarefa de exploração prevê-se que sejam apresentadas diversas respostas diferentes da exemplificada acima. No entanto, também se podem apresentar dízimas infinitas não periódicas que sigam uma lei específica de formação diferente da apresentada na questão 2. Um exemplo pode ser a dízima 0,1234567891011121314... em que os números que constituem a dízima são consecutivos.

Dificuldades previstas: prevê-se que alguns alunos demonstrem dificuldades em relacionar o número racional com os diferentes tipos de dízima. Caso o aluno saiba a relação entre número racional e os diferentes tipos de dízima e tente produzir dízimas semelhantes à da questão 2, o professor não prevê dificuldades da parte do aluno ou em justificar porquê.

Ação do professor face às dificuldades dos alunos: caso o aluno não produza dízimas semelhantes à da questão 2, o professor perguntará ao aluno como deve ser a dízima. O professor prevê que o aluno responda que a dízima tem de ser infinita e não pode ser periódica. O professor pedirá ao aluno para que ele explicito o conceito de dízima que não é periódica. O professor prevê que o aluno responda que não há período, que não existe nenhuma sequência infinita de números em que a partir de um número se repetem os anteriores na mesma disposição, ou resposta semelhante. O professor então orientará o aluno para que ele conclua que a dízima não se pode repetir e que ele tem de produzir uma dízima que respeite uma lei de formação que garanta que a dízima não se repita. Esta última parte serve principalmente para garantir que o aluno saiba que para a construção da dízima infinita não periódica, não pode escrever uma sequência de números à toa, mas sim uma sequência que obedeça a uma lei específica que assegure que não há repetição de um número ou de um grupo de números.

*Resolução da alínea 4:*

Um esquema que resuma os tipos de dízima estudado por ser:





Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



Notas quanto à resolução: sendo esta questão uma tarefa de exploração prevê-se que sejam apresentadas diversas respostas diferentes da exemplificada acima a nível de estética, mas semelhantes quanto ao conteúdo. Dificuldades previstas: não se prevêem dificuldades por parte dos alunos em reconhecerem que existem três tipos de dízimas e que as dízimas se dividem em dois tipos: finitas e infinitas. Também se prevê que os alunos não tenham dificuldades em construir um esquema semelhante ao apresentado com os retângulos “Dízimas”, “Finitas” e “Infinitas”. Prevê-se que os alunos mostrem dificuldades em nomear o novo tipo de dízima e relacioná-lo com os retângulos já apresentados. Ações do professor face às dificuldades dos alunos: o professor perguntará como caracterizaria o novo tipo de dízima. O professor prevê que o aluno reconheça que a dízima não é finita, logo é infinita. O professor perguntará então ao aluno o que pode dizer da dízima infinita que já dispõe, prevendo que responda que tem é periódica, ou que tem um período. Depois, o professor perguntará ao aluno o que pode afirmar sobre o novo tipo de dízima que ficou a conhecer, prevendo que responda que não tem período, logo não é periódica, concluindo assim que é uma dízima infinita não periódica.

#### *(4) Discussão da tarefa com a turma e sistematização de ideias.*

O professor selecionará um aluno que responda à alínea 1.1. oralmente.

A seleção deste aluno é feita com base no seguinte processo: o professor tinha circulado no momento da aula anterior e observado as respostas dos alunos. Caso tenha havido uma resposta dominante, o professor selecionará um aluno que a tenha adotado para a apresentar.

Após o aluno apresentar a sua resposta, o professor perguntará aos restantes alunos se concordam com o que foi dito pelo colega ou se têm alguma dúvida. Caso um aluno discorde da resposta do colega, o professor pedirá ao aluno que respondeu inicialmente para a explicar; caso algum aluno apresente dúvidas, o professor perguntará à turma se alguém se oferece para a tirar ao colega. Se nalguma das situações o aluno não ficar esclarecido com a explicação de um colega, o professor intervirá. Relativamente ao processo de seleção do aluno e discussão da alínea 1.1., o professor repeti-lo-á para a discussão da alínea 1.2.

Concluído o esclarecimento de dúvidas, o professor pedirá aos alunos para rediretarem a sua atenção para a alínea 1.2., especificamente para o valor aproximado da fração apresentada: 0,6842105263. O professor recordará aos alunos que foi este o valor que obtiveram na calculadora e perguntará porque é que esta dízima não é finita, visto que foi dito que era infinita periódica. O professor prevê que alguns alunos respondam que “é um valor aproximado” ou “a calculadora arredondou”, e então pedirá aos alunos para dividirem



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



6842105263 por 10000000000. Os alunos obterão o mesmo valor decimal e o professor perguntará então aos alunos porque é que a fração  $\frac{6842105263}{10000000000}$  é finita e  $\frac{13}{19}$  não é. Prevê-se que os alunos recorram às justificações que foram apresentadas na resolução das alíneas 1.1. e 1.2. e aí o professor perguntará aos alunos em que se devem basear para averiguar se uma dízima é finita ou infinita não periódica. O professor prevê que os alunos digam através da representação em forma de fração. Depois o professor perguntará aos alunos o que podem concluir acerca do papel da calculadora na identificação de dízimas, prevendo que os alunos respondam que pode não ser a ferramenta mais eficaz.

O professor pedirá a um aluno que vá ao quadro resolver a alínea 2.1.

A seleção deste aluno é feita com base no seguinte processo: o professor tinha circulado no momento da aula anterior e observado as estratégias de resolução dos alunos. Caso tenha havido uma estratégia de resolução dominante, adotada por todos os alunos, o professor selecionará um que tenha apresentado uma resolução deste tipo. Caso algum aluno apresente uma estratégia alternativa à estratégia dominante, o professor selecioná-lo-á para também apresentar a sua resolução. Após cada aluno concluir a sua resolução, o professor perguntará aos restantes alunos se concordam com o que foi feito no quadro pelo colega ou se têm alguma dúvida. Caso um aluno discorde da resolução apresentada no quadro, o professor pedirá ao aluno que tinha vindo ao quadro para a explicar; caso algum aluno apresente dúvidas, o professor perguntará à turma se alguém se oferece para a tirar ao colega. Se nalguma das situações o aluno não ficar esclarecido com a explicação de um colega, o professor intervirá.

Para a discussão da alínea 2.2., o professor utilizará o processo de seleção do aluno e de discussão adotado para a discussão da alínea 1.1. Para a questão 3, o professor utilizará o processo que adotou na alínea 2.1. para escolher dois alunos para apresentarem as suas respetivas resoluções.

Para a discussão da questão 4, o professor resolvê-la-á no quadro com a assistência dos alunos. O professor perguntará a um aluno como começaria por classificar as dízimas, prevendo que ele responda em finitas e infinitas. Como o professor prevê que uma grande parte dos alunos tenha feito esta divisão, a escolha do aluno será aleatória. Depois, o professor pedirá a outro aluno para que explique o que fez a seguir no seu esquema, prevendo que responda que dividiu as dízimas infinitas em periódicas e não periódicas. A escolha deste aluno foi feita com base no seguinte processo: o professor tinha circulado no momento da aula anterior e observado as respostas dos alunos. Caso tenha havido uma resposta dominante, o professor selecionará um aluno que a tenha adotado para a apresentar. Depois de cada aluno apresentar a sua resposta, o professor perguntará aos restantes se concordam com o que foi



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



---

dito pelo colega ou se têm alguma dúvida. Caso um aluno discorde da resposta do colega, o professor pedirá ao aluno que respondeu inicialmente para a explicar; caso algum aluno apresente dúvidas, o professor perguntará à turma se alguém se oferece para a tirar ao colega. Se nenhuma das situações o aluno não ficar esclarecido com a explicação de um colega, o professor intervirá.