



Tarefa: Chocolate

Conteúdo: Frações equivalentes

Fonte: BUENO, A. C.; MENDES, M. L. C. **Planejamento de atividades de regência**. Universidade Estadual do Paraná – Campus União da Vitória. 2016.

TAREFA CHOCOLATE

Ane, o José e o Nicolas moram na mesma localidade, estudam na mesma escola e são da mesma turma. Hoje cada um deles trouxe para a escola um tablete de chocolate do mesmo tamanho e da mesma marca. Como são muito amigos dos seus colegas, resolveram partilhá-las com eles.

- A Ane partilhou seu tablete com uma amiga (*partiu-a em duas partes iguais*).
- O José partilhou seu tablete com três amigos (*partiu-a em quatro partes iguais*).
- O Nicolas partilhou seu tablete com sete amigos (*partiu-a em oito partes iguais*).

1) Escreva de diferentes formas (fração e decimal), o que representa cada uma das partes obtidas em cada tablete.

Uma parte do tablete representada sob forma de:		
	Fração	Decimal
Ane		
José		
Nicolas		

- a) Com qual dos personagens da história você gostaria de partilhar o tablete, com a Ane, o Nicolas ou o José? Explique.
- 2) O que você gostaria:
- a) Comer uma parte do tablete da Ane ou duas partes do tablete do José? Explique.
- b) Comer uma parte do tablete da Ane ou quatro partes do tablete do Nicolas? Explique.
- c) Comer duas partes do tablete do Nicolas ou uma parte do tablete do José? Explique.
- 3) Escreva sob a forma de fração cada uma das situações que foi analisada na questão anterior.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



A.

	Fração
Ane	
José	

B.

	Fração
Ane	
Nicolas	

C.

	Fração
Nicolas	
José	

- a) Que relação existe entre as frações obtidas? Explique o raciocínio tendo em conta as tuas respostas nas questões 2a, 2b e 2c.
- 4) O que você gostaria:
- a) Comer três partes do tablete do José ou seis partes do tablete do Nicolas? Expliquem.
- b) Comer quatro partes do tablete do Nicolas ou duas partes do tablete do José? Expliquem.
- 5) Escreva sob a forma de fração cada uma das situações que foi analisada na questão anterior.

D.

	Fração
José	
Nicolas	

E.

	Fração
Nicolas	
José	

C.

	Fração
Nicolas	
José	

- a) Que relação existe entre as frações obtidas? Expliquem o raciocínio tendo em conta as tuas respostas nas questões 4a e 4b.
- 6) Observando as duas frações de cada quadro individualmente (quadro A, B, C, D e E) descreva como é possível matematicamente partir de uma das frações e se obter a outra.
- 7) Determine um processo geral que funcione para todos os casos descritos acima.
- 8) Determine como prever que não se pode mais realizar tal processo.

SOBRE A TAREFA

Será proposto aos alunos a Tarefa Chocolate. Nosso objetivo com esta tarefa é de que os alunos compreendam que frações equivalentes representam a mesma parte do todo, e consequentemente, observem e compreendam como simplificar frações e identificar frações equivalentes.

A tarefa será realizada em sala utilizando *tablets* ou notebooks como recursos. Os alunos serão separados em grupos de no máximo 3 alunos. Em seguida, entregaremos uma folha para os grupos com a tarefa impressa e será disponibilizada a cada grupo um *tablet* ou



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



notebook com um aplicativo para auxiliar no desenvolvimento da tarefa. O aplicativo que será utilizado é o “*Frações Equivalentes*” (Figura 1). Ele foi desenvolvido por dois acadêmicos do curso de Matemática da UNESPAR para o estágio de regência de ambos. O aplicativo foi utilizado também no subprojeto PIBID de Matemática da UNESPAR campus União da Vitória, em que as acadêmicas estagiárias tiveram contato com ele. Antes do estágio de regência foi solicitado a autorização dos dois acadêmicos para a utilização do aplicativo, e ambos os criadores permitiram. O aplicativo consiste em criar barras de frações conforme as frações selecionadas acima na Figura 1:

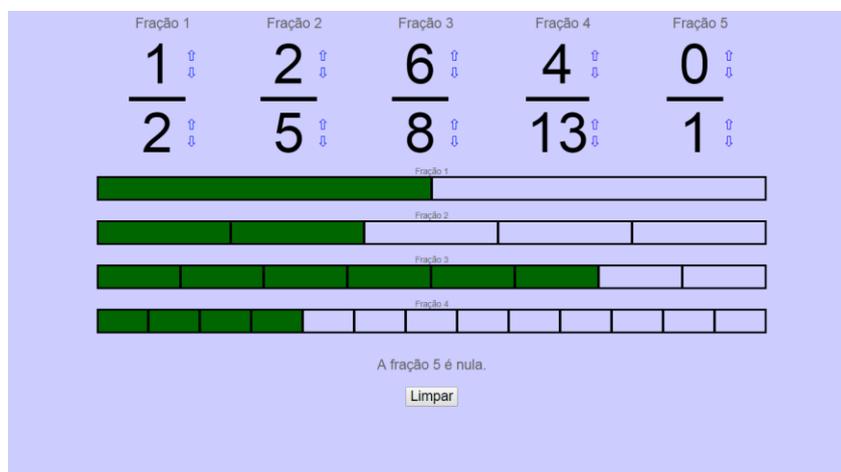


Figura 1: Aplicativo Frações Equivalentes.

Será dado cerca de dois minutos para que os alunos leiam. Em seguida, uma das acadêmicas irá fazer a leitura juntamente com os alunos para sanar possíveis dúvidas que venham aparecer sobre as questões. Também será apresentado aos alunos o aplicativo “*Frações Equivalentes*” para que utilizem como apoio para a realização da tarefa.

Os alunos terão em torno de 40 minutos para o desenvolvimento da tarefa. Durante a realização da tarefa, as acadêmicas irão circular pela sala auxiliando e tirando possíveis dúvidas dos alunos, mas com grande cuidado para não validar as respostas dos alunos e assim diminuir a demanda cognitiva da tarefa. Em todo o desenvolvimento será registrado as ideias desenvolvidas pelos alunos para ir selecionando as resoluções que julgarmos interessantes para serem apresentadas na discussão e sistematização da tarefa que será realizada na segunda aula seguinte.

A tarefa apresenta uma situação contextualizada, sobre a partilha de tabletes de chocolate iguais que três amigos realizaram:

- A Ane partilhou seu tablete com uma amiga (*partiu-a em duas partes iguais*).
- O José partilhou seu tablete com três amigos (*partiu-a em quatro partes iguais*).



- O Nicolas partilhou seu tablete com sete amigos (*partiu-a em oito partes iguais*).

- 1) Escreva de diferentes formas (fração e decimal), o que representa cada uma das partes obtidas em cada tablete.

Espera-se que os alunos completem o quadro da seguinte maneira:

Uma parte do tablete representada sob forma de:		
	Fração	Decimal
Ane	$1/2$	0,5
José	$1/4$	0,25
Nicolas	$1/8$	0,125

- a) Com qual dos personagens da história você gostaria de partilhar o tablete, com a Ane, o Nicolas ou o José? Explique.

Nesta questão os alunos podem responder de acordo com seu gosto pessoal. Entretanto espera-se que os alunos respondam que com Ane, pois de acordo com sua divisão ela ficaria com maior parte se comparado aos colegas

- 2) O que você gostaria:

- a) Comer uma parte do tablete da Ane ou duas partes do tablete do José? Explique.

Espera-se que os alunos observem que tanto faz escolher um ou outro, pois uma parte do tablete de Ane é equivalente a duas partes do tablete do José. Que $\frac{1}{2}$ é igual a $\frac{2}{4}$.

- b) Comer uma parte do tablete da Ane ou quatro partes do tablete do Nicolas? Explique.

Espera-se que os alunos observem que tanto faz escolher um ou outro, pois uma parte do tablete de Ane é equivalente a quatro partes do tablete do Nicolas. Que $\frac{1}{2}$ é igual a $\frac{4}{8}$.

- c) Comer duas partes do tablete do Nicolas ou uma parte do tablete do José? Explique.

Espera-se que os alunos observem que tanto faz escolher um ou outro, pois duas partes do tablete de Nicolas é equivalente a uma parte do tablete do José. Que $\frac{2}{8}$ é igual a $\frac{1}{4}$.

- 3) Escreva sob a forma de fração cada uma das situações que foi analisada na questão anterior.

Espera-se que os alunos completem os quadros da seguinte maneira:



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



A.		B.		C.	
	Fração		Fração		Fração
Ane	$1/2$	Ane	$1/2$	Nicolas	$2/8$
José	$2/4$	Nicolas	$4/8$	José	$1/4$

- a) Que relação existe entre as frações obtidas? Explique o raciocínio tendo em conta as tuas respostas nas questões 2a, 2b e 2c.

Espera-se que os alunos observem que em cada quadro as frações representam a mesma quantidade do todo. Que os valores no quadro A da fração de Ane, tanto o denominador como o denominador, dobram para se chegar aos valores da fração de José; que os valores no quadro B da fração de Ane, tanto o denominador como o denominador, quadruplicam para chegar aos valores da fração de Nicolas; que os valores no quadro C da fração de Nicolas, tanto o denominador como o denominador, diminuem pela metade para chegar aos valores da fração de José.

- 4) O que você gostaria:

- a) Comer três partes do tablete do José ou seis partes do tablete do Nicolas? Expliquem.

Espera-se que os alunos observem que tanto faz escolher um ou outro, pois três partes do tablete de José é equivalente a seis partes do tablete do Nicolas. Que $\frac{3}{4}$ é igual a $\frac{6}{8}$.

- b) Comer quatro partes do tablete do Nicolas ou duas partes do tablete do José? Expliquem.

Espera-se que os alunos observem que tanto faz escolher um ou outro, pois quatro partes do tablete de Nicolas é equivalente a duas partes do tablete do José. Que $\frac{4}{8}$ é igual a $\frac{2}{4}$.

- 5) Escreva sob a forma de fração cada uma das situações que foi analisada na questão anterior.

Espera-se que os alunos completem os quadros da seguinte maneira:

D.		E.	
	Fração		Fração
José	$3/4$	Nicolas	$4/8$
Nicolas	$6/8$	José	$2/4$



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



- a) Que relação existe entre as frações obtidas? Expliquem o raciocínio tendo em conta as tuas respostas nas questões 4a e 4b.

Espera-se que os alunos observem que em cada quadro as frações representam a mesma quantidade do todo. Que os valores no quadro D da fração de José, tanto o denominador como o denominador, dobram para se chegar aos valores da fração de Nicolas; que os valores no quadro E da fração de Nicolas, tanto o denominador como o denominador, diminuem pela metade para chegar aos valores da fração de José.

- 6) Observando as duas frações de cada quadro individualmente (quadro A, B, C, D e E) descreva como é possível matematicamente partir de uma das frações e se obter a outra.

Espera-se que os alunos observem que se multiplicarmos o valor do denominador e do numerador pelo mesmo número natural, não nulo, obtemos frações desta natureza, que representam a mesma parte do todo que a fração inicial. Também se dividirmos ambos os valores pelo mesmo número, se mantém a igualdade.

- 7) Determine um processo geral que funcione para todos os casos descritos acima.

Espera-se que os alunos determinem que se deve multiplicar ou dividir o denominador e o numerador da fração pelo mesmo número natural, não nulo.

- 8) Determine como prever que não se pode mais realizar tal processo.

Espera-se que os alunos determinem que a fração não pode mais ser reduzida quando o numerador e o denominador não são divisíveis pelo mesmo número.

Ao final da aula serão recolhidas as tarefas, para que seja organizada as apresentações, a discussão e a sistematização pelas acadêmicas. Caso os alunos não consigam finalizar, as tarefas serão recolhidas e deixado um tempo na próxima aula para que possam concluir.

Os alunos receberão as tarefas novamente, caso não tenham finalizado na aula anterior. Após concluírem será feita a discussão das resoluções referente à Tarefa Chocolate e a sistematização do conteúdo proposto com base nos objetivos estabelecidos. Primeiro, serão anunciados os grupos selecionados, cuja resolução tenha sido julgada interessante pelas acadêmicas, para a discussão do conteúdo. Os grupos terão alguns minutos para organizarem a apresentação no quadro. Durante as apresentações as acadêmicas irão auxiliar e questionar,



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



tanto os alunos que estiverem apresentando como os demais alunos, para que todos participem da discussão coletiva e não fiquem dúvidas sobre as questões. Em todo esse processo as acadêmicas irão sempre cuidar para não validar as respostas dos alunos, mas usá-las para dar significado ao que os alunos fizeram tendo em vista seus próprios argumentos. Depois que todos os grupos apresentarem e for realizada as discussões pertinentes será iniciada pelas acadêmicas a sistematização, retomando as ideias apresentadas pelos alunos nas resoluções, em que iremos formalizar sobre a equivalência de frações, que representam a mesma parte do todo, e que é possível determinar tais frações através da simplificação de frações. Também discutiremos com os alunos que uma fração não pode mais ser reduzida quando o numerador e o denominador não são mais divisíveis pelo mesmo número.

Os alunos poderão copiar em seus cadernos alguns exemplos sobre a equivalência e sobre a simplificação de frações com base nas respostas da tarefa.

Após, apresentaremos e solicitaremos aos alunos que copiem em seus cadernos as definições formais sobre equivalência, simplificação de fração e fração irredutível (ÁLVARO; VASCONCELLOS, 2012; YOUSSEF; PACHI; HESSEL, 2015).

Frações Equivalentes

Se duas ou mais frações representam a mesma parte do todo, a mesma quantidade, então elas são *frações equivalentes*.

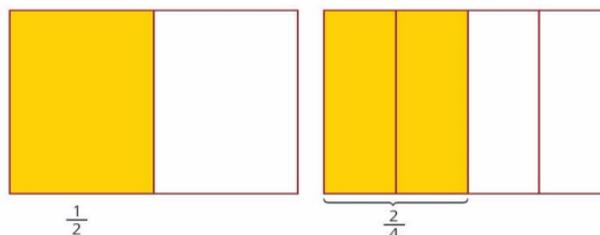
Por exemplo, $\frac{1}{2}$ é equivalente a $\frac{2}{4}$ pois o número de partes em que o inteiro foi dividido foi multiplicado por 2, mas o número de partes consideradas também. Então $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.

$$\frac{1}{2} \xrightarrow{\times 2} \frac{2}{4}$$

=

$$\frac{2}{4} \xrightarrow{\times 2}$$

Observe na figura dos retângulos que $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$ representam a mesma área do retângulo.



Quando *multiplicamos o numerador e o denominador* de qualquer fração por um *mesmo número natural*, não nulo, sempre se obtém uma *fração equivalente* a inicial. Por exemplo:



$$\frac{4}{5} = \frac{12}{15} \text{ pois } \begin{cases} 4 \cdot 3 = 12 \\ 5 \cdot 3 = 15 \end{cases}$$

Exemplos:

$$\frac{1}{4} \xrightarrow{\times 3} \frac{3}{12}$$

=

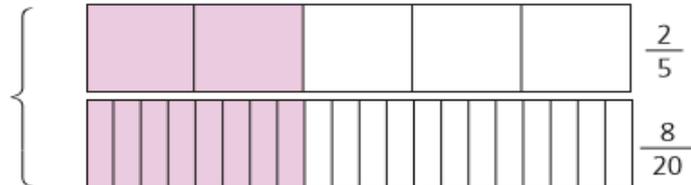
$$\frac{1}{4} \xleftarrow{\times 3} \frac{3}{12}$$



$$\frac{2}{5} \xrightarrow{\times 4} \frac{8}{20}$$

=

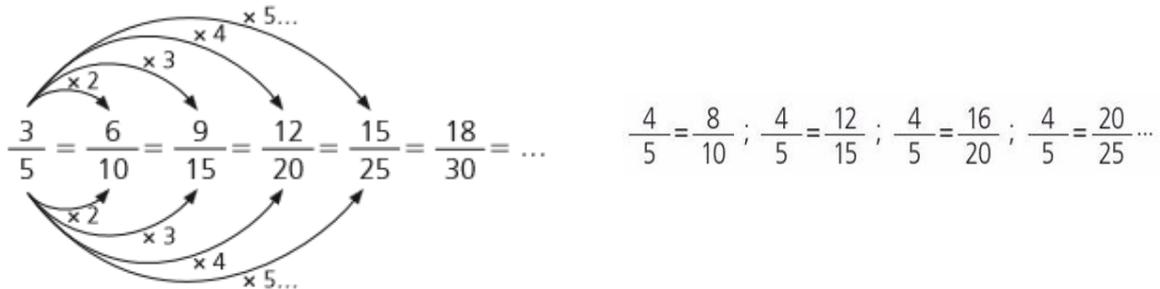
$$\frac{2}{5} \xleftarrow{\times 4} \frac{8}{20}$$



Como consequência disto, podemos também *dividir numerador e denominador* que qualquer fração por um *número natural*, a fração obtida será *equivalente* a fração original. Por exemplo:

$$\frac{12}{15} = \frac{4}{5} \text{ pois } \begin{cases} 12 \div 3 = 4 \\ 15 \div 3 = 5 \end{cases}$$

Logo, existem *infinitas frações equivalentes* que representam a mesma parte do todo. No exemplo a seguir a fração $\frac{3}{5}$ é a mais simples de todas as equivalentes, pois tem o menor numerador e denominador. A fração $\frac{4}{5}$ também é a mais simples de todas as equivalentes, pois tem o menor numerador e denominador.



Simplificação de frações



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Nem sempre uma fração aparece da forma mais simples. Porém é possível encontrar uma fração equivalente a ela, que tenha o numerador e o denominador menores. Para isso é possível dividir o numerador e o denominador da fração por um mesmo número natural, diferente de zero e um, esse processo é chamado de *simplificação de frações*.

Por exemplo, na fração $\frac{15}{20}$ é possível dividir o numerador e o denominador por 5:

$$\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

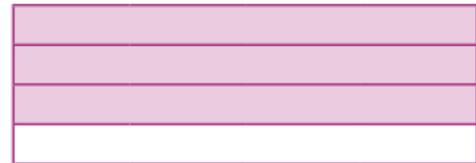
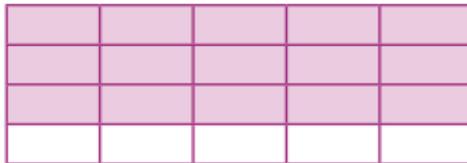
Diagram illustrating the simplification of $\frac{15}{20}$ to $\frac{3}{4}$ by dividing both numerator and denominator by 5. Arrows point from 15 to 3 and from 20 to 4, with ':5' written above and below the arrows.

A simplificação pode ser feita em uma ou mais etapas.
Exemplo:

$$\frac{12}{18} = \frac{2}{3} \text{ ou } \frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

Diagram illustrating the simplification of $\frac{12}{18}$ to $\frac{2}{3}$ in two steps. The first step shows $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$ with arrows and ':6' above and below. The second step shows $\frac{12}{18} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$ with arrows and ':2' and ':3' above and below.

Simplificando a fração $\frac{15}{20}$ obtemos a fração $\frac{3}{4}$ que é equivalente a ela.



A fração $\frac{3}{4}$ não pode ser mais simplificada, pois o único número natural de 3 e de 4 é o número 1. Então dizemos que $\frac{3}{4}$ é uma *fração irredutível*, pois não existe mais um divisor comum, diferente de 1, para o numerador e o denominador. Outros exemplos de frações irredutíveis são: $\frac{1}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{4}{13}$ e $\frac{7}{8}$.

Referências

ANDRINI, Á.; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática - 6º ano - Manual do professor**. 3ª edição renovada - São Paulo: Editora do Brasil. 2012. (Coleção praticando Matemática).

YOUSSEF, A. N.; PACHI, C. G. F.; HESSEL, H. M. **Linguagens e Aplicações: Matemática**. Ensino Fundamental - Anos Finais - 6º ano - Manual do professor. 1ª edição - São Paulo: Cereja Editora. 2015 (Coleção Linguagens e Aplicações).