



SOBRE TAREFA ÂNGULO INSCRITO NUM ARCO DE CIRCUNFERÊNCIA¹

3.2.1. Ângulo inscrito num arco de circunferência

Estabelecer a relação entre a amplitude de um ângulo inscrito e a amplitude do arco correspondente numa circunferência

Nas aulas de introdução de tópicos da circunferência, os alunos podiam recorrer ao *software* de geometria dinâmica GeoGebra na exploração das tarefas propostas. No entanto, por falta de disponibilidade da sala de informática, no estudo do tópico em análise não foi possível proporcionar aos alunos o recurso ao GeoGebra. Assim, para a exploração da tarefa introdutória deste tópico utilizou-se o GeoGebra no computador da professora e o videoprojector.

No estudo do tópico *ângulo inscrito num arco de circunferência* comecei por introduzir, em diálogo com a turma, o conceito de ângulo inscrito num arco de circunferência, evidenciando as diferenças entre um ângulo ao centro e um ângulo inscrito. Enquanto os lados de cada um destes tipos de ângulos são formados por semirretas que contêm cordas da circunferência, diferem da localização do vértice, no centro ou sobre a circunferência. Após a introdução do conceito de ângulo inscrito propus aos alunos a realização da seguinte tarefa (Anexo 3):

Considera a circunferência de centro O , representada na figura.

1. Indica as diferenças entre o ângulo AOB e ECD .
2. Determina a amplitude do arco AB .
3. Regista na seguinte tabela as amplitudes que obténs do ângulo ECD e do arco DE .

$\widehat{ECD}$	Arco DE

Que relação obténs?

¹ CAPA, R. M. B. **A aprendizagem de topicos de circunferencia com recurso ao GeoGebra: uma experiencia com alunos do 9º ano de escolaridade**. 2015. Universidade do Minho, Braga. Disponível em: <https://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/41338>

Esta tarefa teve por finalidade fazer com que os alunos relacionassem a amplitude de um ângulo inscrito num arco de circunferência com a amplitude do arco correspondente. Para esse efeito, tinham que distinguir um ângulo ao centro de um ângulo inscrito num arco de circunferência e registar algumas amplitudes do ângulo inscrito na circunferência e do arco correspondente. Dos quinze pares formados na turma, quatro pares não apresentaram qualquer resposta à tarefa.

Na distinção entre um ângulo ao centro e um ângulo inscrito numa circunferência, dez pares de alunos referiram que o ângulo AOB é um ângulo ao centro porque o vértice incide no centro da circunferência e o ângulo ECD é inscrito porque tem o vértice sobre a circunferência. Entre estes pares, quatro pares apresentaram uma resposta mais detalhada, mencionando que as cordas do ângulo ao centro são raios da circunferência e que os lados do ângulo inscrito são cordas da circunferência, como exemplifica a resposta do par P9 (Figura 7).

Figura 7: Diferença entre um ângulo ao centro e um ângulo inscrito numa circunferência segundo o par P5.

O ângulo AOB é um ângulo ao centro e o ângulo ECD é um ângulo inscrito.
 $\angle AOB$ tem o vértice no centro da circunferência e as semirretas são raios da circunferência. $\angle ECD$ tem o vértice sobre a circunferência e as semirretas são cordas da circunferência.

Um par de alunos mencionou como diferença entre os ângulos o seu tamanho (Figura 8).

O ângulo AOB é maior que o ângulo ECD

Figura 8: Diferença entre um ângulo ao centro e um ângulo inscrito numa circunferência segundo o par P9.

A resposta deste par evidencia falta de atenção na distinção entre o essencial e o acessório. A diferença de amplitudes entre os ângulos é um facto, mas atendendo que se estava a estudar os ângulos de uma circunferência, os aspetos essenciais a destacar seriam a incidência do vértice dos ângulos e a localização dos seus lados e não aspetos não essenciais como as suas amplitudes.

Na determinação da amplitude do arco correspondente a um ângulo ao centro, os alunos não revelaram dificuldades. Porém, apenas dois pares justificaram a sua resposta, mencionando a relação entre a amplitude de um ângulo ao centro e a amplitude do arco correspondente, como revela o par P10 (Figura 9).

A amplitude do arco AB é de 45° pois o ângulo que lhe corresponde (AOB) também tem 45° .

Figura 9: Justificação do par P10 sobre a amplitude de um arco com ângulo ao centro.

A determinação das amplitudes do ângulo ECD e do arco DE foram exploradas com o GeoGebra, no computador da professora, utilizando o ficheiro previamente construído (Figura 10), e projetado para a turma com recurso ao videoprojector. Para registar as amplitudes do ângulo e do arco associado, alguns alunos foram ao

computador movimentar um dos pontos, E ou D, de forma a obterem diferentes amplitudes, enquanto os restantes efetuavam os registos.

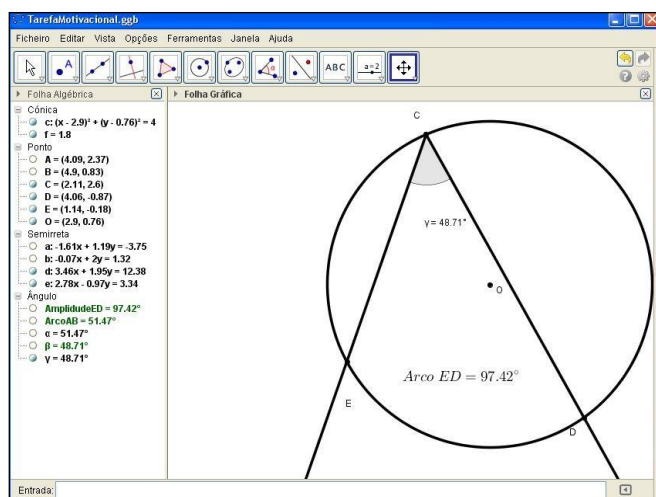


Figura 10: Determinação no GeoGebra da amplitude de um ângulo inscrito num arco de circunferência.

Após registarem e observarem algumas amplitudes do ângulo ECD e do arco DE, os alunos estabeleceram a conjectura de como determinar a amplitude de um ângulo inscrito numa circunferência. Relativamente a esta questão, seis pares de alunos estabeleceram a relação pretendida e cinco não apresentaram qualquer resposta. Nas respostas efetuadas, alguns alunos descreveram por linguagem corrente a relação que determina a amplitude de um ângulo inscrito num arco de circunferência, enquanto outros estabeleceram essa relação por linguagem corrente e também formalmente, como ilustra a resposta do par P10 (Figura 11).

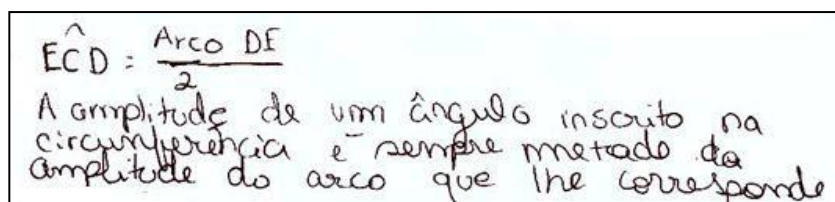


Figura 11: Conjectura sobre a relação que determina a amplitude de um ângulo inscrito num arco de circunferência apresentada pelo par P10.

A exploração desta questão permitiu aos alunos verificarem que, independentemente da amplitude do ângulo inscrito num arco de circunferência, esta é sempre metade da amplitude do arco correspondente. Depois desta constatação, os alunos em diálogo com a professora debateram as suas ideias sobre a conjectura obtida:

Professora: Com os valores que registaram conseguem encontrar alguma regularidade?

Alunos: Sim.

A2: É sempre metade?

A1: O arco DE é sempre o dobro do ângulo.

Professora: O que é metade e o que é o dobro?



Alunos: A do ângulo é sempre metade da do arco. A1:
E o arco é sempre o dobro do ângulo.

Professor: Sim, se a amplitude do ângulo é metade, a do arco tem de ser o dobro.
Correto?

Alunos: Sim.

Professora: Então o que podemos concluir em relação a um ângulo inscrito num arco de circunferência.

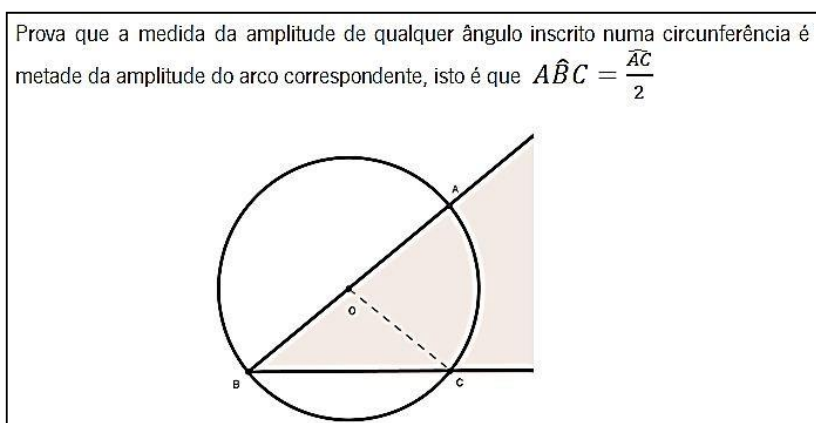
A3: A amplitude do ângulo é sempre metade da amplitude do arco. Professora: A amplitude de que ângulo?

Alunos: Do ângulo inscrito na circunferência.

Com a resolução desta tarefa, os alunos, através da observação de casos particulares, estabeleceram a relação que determina a amplitude de um ângulo inscrito num arco de circunferência. De acordo com o sublinhado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), as conjecturas podem surgir por observação direta ou por manipulação dos dados.

Prova da relação entre a amplitude de um ângulo inscrito e a amplitude do arco correspondente numa circunferência

Depois de estabelecida a relação que permite determinar a amplitude de um ângulo inscrito num arco de circunferência, os alunos foram desafiados a provar a conjectura obtida, tendo sido distribuída a seguinte tarefa (Anexo 3).



Acompanhando os alunos na realização desta atividade, constatei que a maior parte não a conseguia realizar. De modo a ultrapassar este obstáculo, sugeri que relacionassem a amplitude do ângulo AOC, externo ao triângulo [BOC], com os ângulos internos não adjacentes deste triângulo. Após esta sugestão, dois pares conseguiram provar a relação que determina a amplitude de um ângulo inscrito num arco de circunferência, como



exemplifica a resposta do parP2 (Figura 12).

Desafio: $\angle ABC = \frac{\widehat{AC}}{2}$
 $OB = OC$, porque são raios da circunferência.
 $\widehat{CBO} = \widehat{OCB}$, porque num triângulo, a lados congruentes opõem-se ângulos congruentes.
 $\widehat{AOC} = \widehat{CBO} + \widehat{OCB}$, pois num triângulo, a amplitude de qualquer ângulo externo é igual à soma das amplitudes dos ângulos internos não adjacentes logo $\widehat{AOC} = 2 \times \widehat{CBO}$
ou seja $\angle ABC = \frac{\widehat{AC}}{2}$.

Figura 12: Prova da relação que determina a amplitude de um ângulo inscrito num arco de circunferência apresentada pelo par P2.

A análise destes dados revela que os alunos têm muitas dificuldades na realização da atividade de provar conjecturas, o que é sustentado por Healy e Hoyles (2001).