



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Tarefa 1

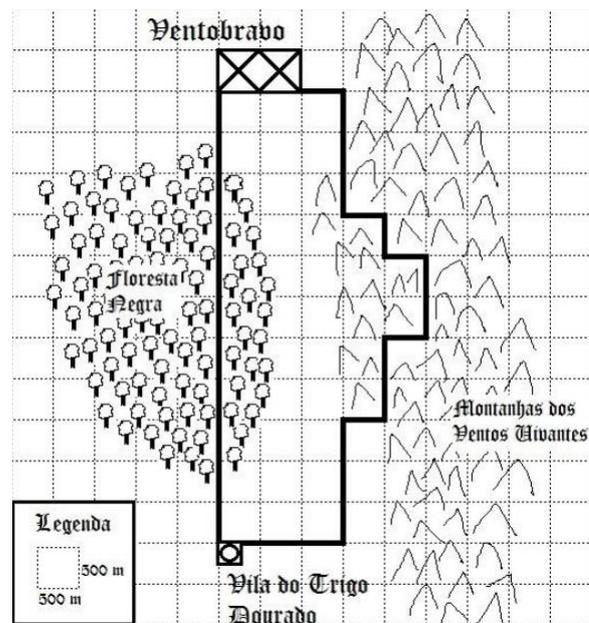
Conteúdo: Função afim

Fonte: JAKIMIU, M. G.; ESTEVAM, E. J. O ensino do conceito de função articulando RPG ao Ensino Exploratório de Matemática. In: XV Encontro Paranaense de Educação Matemática – XV EPREM. **Anais do XV Encontro Paranaense de Educação Matemática**. Londrina, 2019, p. 1-14.

TAREFA TRANSPORTE E CAMINHO

Este é o mapa até a Vila do Trigo Dourado. Existem dois caminhos até lá, sendo o da floresta mais perigoso e o das montanhas mais seguro, e duas pessoas que podem levá-los:

- Gueldo é um elfo que tem uma carroça puxada por dois cavalos castanhos e esbeltos, e cobra 8 moedas de ouro por quilômetro andado;
- Berta é uma anã com uma carroça puxada por dois cavalos negros e fortes, e cobra um valor inicial de 28 moedas de ouro, e um adicional de 4 moedas de ouro por quilômetro andado;



Obs: se necessário, utilizar 1 moeda de ouro = 100 moedas de prata

ROTEIRO PESSOAL

08:30 Apresentação (30 min.)

- Perguntar se conhecem RPG, dar exemplos de Caverna do Dragão, Stranger Things, Senhor dos Aneis...
- Perguntar sobre hobbies, coisas de que gostam, e falar de si mesmo.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



- Explicar regras de rolagens e testes, críticos, ficha (vida, mana), habilidades, equipamentos.
- Quando vocês chegarem em algum lugar, encontrarem algo ou alguém, eu vou descrever isso, e vocês podem falar ou fazer qualquer coisa que quiserem.
- Se quiserem mais detalhes sobre alguma coisa, saber se tem alguma coisa por perto (uma árvore pra subir, algum lugar pra se esconder, por exemplo), é só perguntar; se eu não descrever que tem algo, não significa que não tem.
- Lembrem também que é um mundo de fantasia, com magia, monstros, etc., então mesmo que vocês tenham uma ideia que pareça absurda e impossível no mundo real, no jogo vocês podem tentar.
- Dúvidas?

09:00 Introdução (10 min.)

Descrever mundo medieval de fantasia, cidade de Ventobravo.

“Vocês são um grupo de aventureiros que viaja pelo mundo resolvendo problemas para ganhar dinheiro e conseguir se manter. Recentemente chegaram à grande cidade de Ventobravo, capital do Reino de Ventobravo, em busca de trabalho. Logo souberam que o Rei Charles estava procurando um grupo de aventureiros como vocês para servirem ao reino em missões dadas pelo próprio rei. Assim, vocês se inscreveram para um teste, pois o rei iria contratar apenas o melhor grupo.

Agora vocês estão na sala do trono no palácio real, enfileirados lado a lado em frente ao trono, aguardando a chegada do rei. A sala é enorme, cheia de decorações de ouro e pedras preciosas, estátuas de mármore, tapeçarias e pinturas representando as belas paisagens do reino. Enquanto admiram o lugar, vocês tentam imaginar o que será que o rei vai pedir a vocês.”

Deixar um tempo para os jogadores pensarem sobre o que é que o rei vai querer deles, perguntar se alguém quer fazer algo.

“Após alguns minutos esperando, uma porta atrás do trono se abre e de lá sai o rei, um homem de idade avançada, com cabelo e barba longos e brancos, mas que parece ter sido um homem forte na juventude, usando uma bela coroa de ouro e uma capa vermelha e segurando um cetro dourado com um rubi na ponta. Atrás dele vem outro homem, com um pequeno chapéu na cabeça e cavanhaque negro, óculos no rosto e um livro nos braços, e em seguida um garoto de uns 10 anos, magro, loiro e com um olhar de curiosidade. O rei senta



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



no trono, o homem de cavanhaque fica em pé de um lado e o garoto do outro. Então o rei começa a falar:

- Sejam bem-vindos! Vamos direto ao assunto. Enquanto trabalhavam na expansão do castelo, alguns homens encontraram uma caverna debaixo dele, com um grande buraco no chão. Sua missão é ir até lá investigar esse buraco, seguindo a caverna até chegar ao seu final. Se forem bem-sucedidos, serão recompensados e contratados. Além disso, *vocês devem elaborar um relatório detalhado, contando tudo que vocês fazem, como vocês pensam, o que veem e tudo mais que acharem relevante, inclusive ideias descartadas. Podem escrever, desenhar, usar símbolos ou qualquer outra representação que quiserem, mas tentem usar mais de uma forma sempre que puderem. O relatório deve ser o mais claro possível*, pois ele será analisado pessoalmente por mim. O rei sorri, e continua – Vejam, se eu fosse jovem, iria eu mesmo. Eu adoro explorar e descobrir coisas novas, mas não tenho mais idade para isso, e meus filhos andam ocupados demais em outras partes do reino. Portanto, peço que levem com vocês o meu neto, Ricardo, como escudeiro.

Espero que assim ele aprenda com vocês e com o mundo, e se torne um adulto inteligente, habilidoso e honesto. Portanto vocês devem mantê-lo a par do que estão fazendo, ensinando-o a maneira como pensam e agem. E cuidem muito bem dele, pois se algum mal cair sobre o garoto, podem ter certeza que vocês vão se arrepender. *Vocês aceitam a missão?* – o rei aguarda a resposta, e então termina – Ótimo. Estão dispensados. Ricardo, leve-os até a caverna.”

09:10 Na caverna (10 min.)

“Vocês seguem Ricardo pelo castelo, descendo vários lances de escada até o subsolo, andando por corredores de pedra, e chegam a uma parte do castelo em obras. No final do corredor, a parede de pedra foi derrubada, e do outro lado vocês conseguem ver uma caverna, não muito alta nem profunda, com algumas estalagmites e estalactites; há um grande buraco no chão, de uns 3m de diâmetro, escuro, mas com algumas luzes tremeluzentes a alguma distância. O ar que vem do buraco é morno, como se fosse o hálito desse buraco tocando seus corpos.” *Explicar o que são estalactites (teto) e estalagmites (chão).*

*(teste de int. variável, dependendo como analisarem) O buraco tem 6m de profundidade. (jogando uma tocha por exemplo, fica mais fácil; uma pedra, nem tanto; sem jogar nada, mais difícil; 8/10/12; *anão consegue ver perfeitamente*) Se não passar no teste, acha que é menos fundo do que realmente é.*



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



(int. 10) *oculto*. Podem ouvir o que parecem ser vozes esganiçadas discutindo alguma coisa.

(agi. 10) Para saltar no buraco sem se machucar. *Dano igual (10 – rolagem) * 5*

Podem prender a corda em uma estalagmite ou pedra; alguém segurar; se tiverem a magia, flutuar até embaixo.

09:20 No buraco (30 min.)

A caverna segue em uma única direção, e faz uma curva, de onde vem a luz tremeluzente (*e as vozes esganiçadas*).

Após a curva, a caverna se expande em uma área circular mais larga e mais alta.

A *cena*: seis goblins discutindo ao redor de uma fogueira, sobre a qual uma cabra amordaçada e amarrada a um pedaço de madeira está suspensa (os goblins são um de cada cor: vermelho, laranja, amarelo, verde, azul e roxo).

----- *Luta com os goblins* -----

“Olhando melhor pra sala agora, vocês reparam que não há muita coisa de destaque, exceto por algumas pedras empilhadas em um canto e sobre elas tapetes, talvez sejam camas de goblin, e em outra parte da caverna três estantes lado a lado na parede, e de cada lado delas algumas inscrições na pedra.

De trás das estantes, vem um ar ainda mais quente do que onde vocês estão”.

Caso os jogadores não pensem em examinar as estantes procurando por uma saída, Ricardo lembra que seu avô pediu para irem até o final da caverna, e questiona “*será que esse é o final?*”. Se necessário, repetir e enfatizar o ar quente que vem de trás das estantes, e dizer que talvez haja uma passagem ali.

09:50 Desafio (20 min.)

Três estantes: uma cheia de frutas, uma de livros e outra de frascos.

- *FRUTAS*

Maçãs, bananas, melancias, uvas, morangos, laranjas, peras, pêssegos, mangas, maracujás, ...

- *LIVROS*



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Uma breve história do mundo – Vol. I ao XV

Dragões e pseudo-dragões – por que wyvern não é dragão?

Como reconhecer (e eliminar) um vampiro

Os feitiços do tempo

Coisas estranhas – Lobisomens, zumbis, pombos e outras

Animais fantásticos e onde habitam

O que é magia?

Como fazer de qualquer coisa uma refeição digna

Penando na cidade grande

Todos os fins do mundo

▪ *FRASCOS*

Frascos de vários tamanhos, cores e formatos, a maioria sem etiqueta, e dos poucos que tem algo escrito, menos ainda estão legíveis.

Líquidos vermelho, azul, verde, amarelo, transparentes... as cores são de vários tons, e uma mistura de muitos cheiros exala dali.

Inscrições nas paredes:

“Nos vire ao avesso
E abra nossas vísceras
Você será o mais sábio dos homens
Mas, sem nós, será um idiota.”

Livros

“Essa é a coisa que a tudo devora
Feras, aves, plantas, flora.
Aço e ferro são sua comida,
E a dura pedra por ele moída;
Aos reis abate, à cidade arruína,
E a alta montanha faz pequenina”

Tempo

10:10 Sala final (20 min.)

“Ao retirar o livro “Os feitiços do tempo”, a estante do meio, com os livros, começa a se mover, indo para a frente e deslizando para o lado, revelando atrás dela uma sala com as paredes de pedra.” *Se chegarem a uma resposta diferente (que não seja o livro Os feitiços do tempo), e estiverem convictos disso, considerar que aquela resposta é a certa e abrir a estante*



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



assim mesmo. Se não conseguirem resposta alguma e estiverem levando muito tempo, usar Ricardo para dar dicas, mexer em alguns livros aleatoriamente por curiosidade, ou até mesmo retirar o livro correto “sem querer”.

“Em algumas pedras vocês veem marcas de garras, outras estão muito desgastadas, e outras até chamuscadas. No teto há um grande lustre, que um dia pode ter sido bonito, mas agora está velho e em mau estado, com tocos antigos de velas.

Estantes e restos de mobília de madeira estão espalhados nos cantos, junto com pilhas amontoadas de tapeçarias rasgadas e empoeiradas. Em um canto, vocês conseguem identificar que um item parece intacto: um enorme baú fechado e que parece bem conservado. Pelo chão, vocês veem o que parecem ser alguns ossos quebrados. Do outro lado da sala há um túnel escuro.

Essa sala também parece estar mais quente do que a anterior, e com um fedor que entra em suas narinas como lâminas.”

Há um dragão do fogo jovem adormecido por trás das tapeçarias, que acorda com os barulhos e ataca.

O baú contém 300 moedas de ouro.

10:30 O retorno e nova missão (10 min.)

Caminham em direção à escuridão do túnel. O túnel leva à saída da caverna, oculta por árvores e arbustos na lateral de uma colina. A colina é a mesma sobre a qual o castelo está construído. Ao sair e ver o castelo, Ricardo fica empolgado pra voltar até lá e contar tudo pro seu avô, e pergunta ao grupo se eles terminaram o *relatório* para entregar a ele.

Quando estiver tudo certo, seguem em direção ao castelo. Chegando lá, alguns guardas os escoltam diretamente à sala do trono, onde dessa vez o rei já está esperando, lendo um bilhete em sua mão. Quando vê vocês, ele dobra o bilhete. O homem de cavanhaque vem até vocês e estica a mão perguntando “Relatório?”. Ele o leva ao rei, que dá uma rápida olhada, o guarda e diz:

“Ricardo, venha até aqui um momento. – Ricardo corre até o avô, e os dois cochicham entre si por alguns segundos – Ótimo, pelo que Ricardo me contou, vejo que foram bem-sucedidos. Analisarei seu relatório mais tarde, pois agora já tenho sua próxima missão. Considerem-se contratados. Recebi uma mensagem *urgente* do Barão Manfredo, solicitando auxílio.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Então sua primeira missão oficial é viajar daqui de Ventobravo até a Vila do Trigo Dourado, para ajudar o Barão Manfredo. Meu intendente Raimundo tem mais informações. – O rei indica o homem de cavanhaque – Ricardo também irá com vocês. *Não se esqueçam do relatório detalhado, como antes – se possível, dar uma olhada no relatório entregue e comentar sobre, reforçando pontos necessários que podem ter faltado nesse e devem aparecer no próximo – Quero que me entreguem um relatório antes de partir, sobre o caminho que desejam tomar, como e porque decidiram, além de qualquer outra informação que julgarem interessante*, e outro relatório quando retornarem. O primeiro relatório pode deixar com Raimundo. Tenham uma boa viagem.” – o rei se levanta e sai pela porta atrás do trono.

10:40 Tarefa – transporte e caminho (30 min.)

“Raimundo caminha até vocês e entrega um mapa, dizendo: “Aqui está o mapa até a Vila do Trigo Dourado. Existem dois caminhos até lá, e conheço duas pessoas que podem levá-los. Vocês têm 30 minutos (pode ser mais ou menos) para decidir.

- Gueldo é um elfo que tem uma carroça puxada por dois cavalos castanhos e esbeltos, e cobra 8 moedas de ouro por quilômetro andado;
- Berta é uma anã com uma carroça puxada por dois cavalos negros e fortes, e cobra um valor inicial de 28 moedas de ouro, e um adicional de 4 moedas de ouro por quilômetro andado;

OBS: se necessário, utilizar 1 moeda de ouro = 100 moedas de prata.

- Um caminho é pela Floresta Negra. A estrada passa por entre árvores tão altas que quase nenhuma luz do sol chega até o chão, e há boatos de seres perigosos que habitam lá; (5,5 km)
- O outro é pelas Montanhas dos Ventos Uivantes. O caminho sobre as montanhas é tortuoso e em alguns pontos o ambiente pode ser um desafio, mas não há muitos sinais de vida lá em cima, então não devem ter problemas com isso; (9,25 km)

Caso os alunos peguem calculadoras, pode fazer uma brincadeira interpretando Ricardo dizendo “*Mas que bruxaria é essa?*”, ou apenas explicando que os personagens não tem acesso à calculadora, pois isso não existe no mundo onde eles vivem.

Ricardo terá a tarefa de questionar e provocar o grupo a pensar em diferentes estratégias e representações, falando coisas como:



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



- Mas o caminho sempre passa pelos quadradinhos inteiros?
- Por que vocês escolheram essa pessoa e esse caminho?
- E se o caminho fosse mais longo, custaria mais ou menos? E se fosse mais curto? Por quê?
- Tem alguma representação que, sabendo a distância, eu possa olhar e já saber qual transportador é mais barato?
- Como dá pra representar quanto cada transportador cobraria para cada distância?
- Em alguma situação, o valor cobrado por cada transportador seria o mesmo?
- Professor deve questionar para provocar a identificação da relação de dependência entre as variáveis (y depende de x); insistir em mudanças ou possibilidades de mudanças da distância para que identifiquem a variabilidade e percebam o que depende do que.

Objetivo:

- *Verificar se durante o desenvolvimento no grupo surgem discussões, diferentes ideias e negociação de significado.*

<i>Atividades dos alunos</i>	<i>Ações do professor</i>
<ul style="list-style-type: none">▪ Os alunos multiplicam 5,5 e 9,25 por 8 e por 4, neste último somando com 28, então vendo qual é o menor valor;▪ Os alunos têm dificuldade para multiplicar por um número decimal.	<ul style="list-style-type: none">▪ Questionar por que multiplicaram esses valores, para verificar se entendem o que estão fazendo;▪ Qual a razão da dificuldade? O que se pode fazer pra superar essa dificuldade? Existe outra forma de representar esse número decimal, que não utiliza vírgula? Que utilize apenas números inteiros (fração)?▪ Como representar o número decimal de forma que utilize apenas números inteiros (multiplicando por um valor e depois dividindo por esse mesmo valor para manter o mesmo resultado)?



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



<i>Atividades dos alunos</i>	<i>Ações do professor</i>
<ul style="list-style-type: none">Os alunos representam apenas de uma maneira;Representação apenas com os valores (km e moedas) apresentados;Representação aritmética, relacionando apenas a distância e o valor a pagar, sem legenda;Representação por meio de tabela;Representação algébrica;Representação em gráfico.	<ul style="list-style-type: none">Por que representou dessa forma?Consegue representar de outra maneira?E para outros valores?Tem alguma representação que, sabendo a distância percorrida, eu possa olhar e já saber qual transportador é mais barato?O que significa esse número? Se alguém estiver vendo apenas essa representação, como vai saber o que cada número significa?O que representa essa letra? Por que você usou essa letra em específico? Poderia usar outra?O que cada eixo do gráfico representa? E as linhas? Qual o significado das linhas se encontrarem neste ponto?O que tem de diferente nas linhas que representam cada transportador no gráfico? E de igual?
<ul style="list-style-type: none">Os alunos dizem que não existe nenhuma situação onde o valor seja o mesmo;Através de alguma das representações do item anterior, os alunos dizem que o valor é o mesmo para uma distância de 7 km;	<ul style="list-style-type: none">Por que vocês acham isso? Testaram para outros valores?Você consegue identificar onde o valor dos transportadores é o mesmo em alguma das representações do item anterior?Só para essa distância é o mesmo valor? Como pode ter certeza?



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



<i>Atividades dos alunos</i>	<i>Ações do professor</i>
<ul style="list-style-type: none">Os alunos igualam as representações algébricas de cada transportador e encontram o valor da variável independente.	<ul style="list-style-type: none">Por que igualaram? O que é esse valor que encontraram?Será que existe alguma representação onde seja fácil identificar esse valor igual?
<ul style="list-style-type: none">Os alunos escolhem um dos caminhos e transportador;Os alunos dizem que se a distância for menor que 7 km, escolheriam Gueldo; se for maior de 7 km, Berta.	<ul style="list-style-type: none">Por que escolheu esse? E se a distância fosse maior/menor?E se quando conversarem com o transportador ele tiver aumentado o preço, ainda escolheria ele?E se a distância fosse exatamente 7 km?Como você pode representar isso, sem ser escrevendo por extenso?

11:10 Sistematização (20 min.)

Considerando que os objetivos de aprendizagem propostos pelo professor com essa tarefa foram:

- Relembrar operações com números racionais nas representações decimal e fracionária e como transformá-los de uma representação para a outra;
- Entender o conceito de função como relação entre variáveis;
- Identificar as variáveis dependente e independente em uma função e a relação de dependência entre elas;
- Conhecer diferentes representações de uma função (algébrica, tabela, cartesiana);
- Compreender o que é função afim e função linear;
- Identificar os coeficientes linear e angular de uma função e em que eles alteram a representação cartesiana.

Ao final da sessão, o professor, em conjunto com os alunos, sintetiza esses objetivos colocando na lousa e explicando definições e propriedades de funções, relacionando seus objetivos com o que foi desenvolvido na tarefa e recolherá os registros feitos pelos alunos.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



O professor pode perguntar aos alunos quais foram as maiores dificuldades encontradas, e se for conveniente, começar por elas.

Com a utilização dos valores racionais e o pedido para que não usem calculadora, o professor intenciona que os alunos realizem multiplicação por números decimais ou convertam esses números decimais para a forma fracionária, dessa forma compreendendo que multiplicar um número por 0,5 equivale a multiplica-lo por $\frac{1}{2}$ ou dividi-lo por 2, e que multiplicar esse número por 0,25 equivale a multiplica-lo por $\frac{1}{4}$ ou dividi-lo por 4. Isso será sistematizado pelo professor mesmo que não surja nas resoluções dos alunos.

O professor pode pedir que os alunos lhe expliquem como realizam a multiplicação por decimais, e questionar por que fazem dessa forma.

Outro ponto a ser discutido é a multiplicação pelos números na forma decimal, esclarecendo as diferentes grandezas (décimo, centésimo, milésimo) e como realizar a multiplicação de decimais multiplicando primeiro os fatores por potências de 10, para “eliminar a vírgula”, e dividindo o produto pelas mesmas potências de 10 que multiplicaram os fatores para manter a equivalência, como por exemplo na forma abaixo. *Verificar se os alunos conhecem potenciação; caso não conheçam, utilizar apenas a multiplicação consecutiva por 10, pois potenciação não faz parte dos objetivos da aula.*

$$1,5 \times 0,25 = \frac{(10 \times 1,5) \times (10^2 \times 0,25)}{10 \times 10^2} = \frac{15 \times 25}{10^3} = \frac{375}{1000} = 0,375$$

Também se discutirá a decomposição de fatores e a propriedade distributiva da multiplicação, por exemplo, $4 \times 5,5 = 4 \times (5 + 0,5) = 4 \times 5 + 4 \times 0,5$.

Com a tarefa busca-se o entendimento de que *o valor a ser pago pelo transporte depende diretamente da distância percorrida*, identificando assim a variável dependente (valor a pagar) e a variável independente (distância). Em conjunto a isso, na sistematização o professor identificará essa *relação entre variáveis como o conceito de função*. Há também o objetivo de mostrar a diferença quando existe um valor fixo sendo somado à variável independente, e como isso influencia nas representações, principalmente algébrica e cartesiana.

Outro objetivo da tarefa é representar as funções referentes ao valor cobrado por cada transportador de forma algébrica e em um gráfico no plano cartesiano, possivelmente a partir de outras representações utilizadas pelos alunos, como aritmética e em forma de tabela, mas



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



caso as formas algébrica e gráfica não apareçam nas resoluções dos alunos, elas serão apresentadas pelo professor. Destaca-se que no gráfico será identificado um *ponto de interseção* entre as representações das funções, que indica quando ambas terão o mesmo valor, o que se relaciona diretamente com o próximo objetivo.

Mesmo que os alunos não utilizem a representação gráfica, o objetivo é comparar as duas funções, seja de forma aritmética, algébrica, cartesiana ou alguma outra. Através da comparação, principalmente das formas algébrica e cartesiana, será identificado que o valor que multiplica a variável independente altera a inclinação da reta, *pois quanto maior mais aumenta a cada aumento de x*, e o valor fixo que é somado identifica o ponto onde a reta corta o eixo das ordenadas (y). *Verificar se os alunos já trabalharam com ângulos, e identificar os ângulos entre a representação de cada função e o eixo x.*

Com isso, será apresentada a definição de função afim, dada pela lei de formação $f(x) = a \cdot x + b$, sendo $f(x)$ a variável dependente, x a variável independente, a e b sendo números reais chamados respectivamente de coeficiente angular (pois altera o ângulo da reta na representação gráfica) e coeficiente linear (relacionado ao ponto onde a reta corta o eixo y). Também será explicado que quando b tem valor nulo em uma função afim ela é chamada função linear. *Esclarecer que essas letras utilizadas são apenas as mais comumente usadas, mas pode ser qualquer letra.*

Por fim, outro objetivo é incentivar uma análise da comparação entre as funções, identificando que é mais barato contratar o Gueldo se a distância a percorrer for de até 7 km, distância em que os dois transportadores se igualam, e acima da qual é mais barato contratar a Berta. Essa comparação pode ser auxiliada pela análise do gráfico.