



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



### Tarefa 3 – Brigadeiros

**Conteúdo:** Estatística (média aritmética)

Fonte: BORUCH, I. G. de S. **Planejamento das atividades do estágio de regência**. Universidade Estadual do Paraná, União da Vitória. 2017.

#### TAREFA 3 – BRIGADEIROS

Cinco colegas de turma combinaram de levar brigadeiros para o recreio do dia seguinte. Paulo levou 3, Aline levou 6, André levou 8, Juliana levou 3 e Jonas não levou brigadeiros.

- Como repartir os brigadeiros de maneira que cada um dos colegas receba a mesma quantidade? Quantos brigadeiros cada um receberá?
- Se Jonas fosse excluído do grupo por não ter levado brigadeiro, haveria alteração na quantidade de brigadeiros recebida por cada colega do grupo? Explique sua resposta utilizando cálculos e desenhos.
- Em outro dia os cinco amigos resolveram levar brigadeiros novamente. Paulo levou 3, Aline levou 4, André levou 1, Juliana levou 3 e Jonas levou 4. Alguém afirmou que a quantidade média de brigadeiros recebida por cada integrante do grupo era maior do que 4. Sem realizar o cálculo da Média, explique se isso é possível.

Adaptada de Estevam (2016).

#### PLANO DE AULA

*Duração:*

- 3h/aula

*Ano de escolaridade:*

- 1º ano do Ensino Médio

*Objetivos específicos:*

- Compreender média aritmética, nos seus vários significados;
- Identificar propriedades da média aritmética;
- Calcular média aritmética de uma amostra.

*Metodologia*



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



Ao analisar a perspectiva habitual de ensino de Estatística pode-se observar a crença de que ensinar estatística resume-se a ensinar técnicas de construção de gráficos e tabelas, bem como os algoritmos para o cálculo das medidas de tendência central (ESTEVAM, 2014). Entretanto, segundo Quintas, Oliveira e Ferreira (2011), ao realizar o ensino da Estatística se deveria dar maior ênfase aos dados e aos conceitos estatísticos, bem como ao desenvolvimento dos aspectos básicos do pensamento estatístico. As autoras também destacam que:

Em vez de ser praticado um conjunto de capacidades e procedimentos desconectados, deve atender-se à especificidade da Estatística, envolvendo os alunos em actividades que promovam o desenvolvimento do raciocínio e do pensamento estatístico, as capacidades de comunicação e o espírito crítico (QUINTAS; OLIVEIRA; FERREIRA, 2011, p. 40).

Cyrino e Oliveira (2016) também afirmam que para o efetivo desenvolvimento intelectual dos educandos se faz necessário o engajamento dos alunos e professor em tarefas nas quais consigam desenvolver seu raciocínio lógico, comunicação e espírito crítico. Além disso, as autoras afirmam que:

O processo de ensino e aprendizagem deve ser encarado como um processo de inquirição que é construído conjuntamente pelo professor e alunos de forma dialógica. O ensino deve assim colocar a ênfase no aluno e nas condições que favoreçam participar na atividade de inquirição, colaborativa e individualmente. Nessa perspectiva, aquilo que aprendemos é o que fazemos (CYRINO; OLIVEIRA, 2016, p. 23).

Wells (2004) discorre sobre implicações para o ensino, das quais Cyrino e Oliveira (2016) destacam: 1) para a construção do conhecimento é necessária a utilização de problemas e questões que sejam significativas para os alunos, favorecendo sua compreensão; 2) a autonomia individual, a capacidade para ação e a colaboração devem ser estimulados e desenvolvidos; 3) o modo de conhecer apenas pode ser construído a partir de experiências anteriores, ao lidar com problemas que surgem no decurso de atividades práticas específicas; 4) a linguagem tem um papel central, uma vez que medeia o conhecimento, encarado como um processo de atribuição de conhecimento, e é o principal meio da atividade de ensino e aprendizagem. Dessa forma, o ensino exploratório de Matemática mostra-se como alternativa metodológica importante para a efetivação do processo de ensino e aprendizagem, uma vez que em tal metodologia busca-se trazer o aluno para o centro da atividade matemática da sala de aula por meio da realização de tarefas matemáticas significativas e desafiadoras, as quais geralmente introduzem novos conteúdos utilizando-se dos conhecimentos já estabelecidos pelos alunos anteriormente.



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



Segundo Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), uma aula exploratória geralmente é estruturada em quatro fases: introdução da tarefa, exploração da tarefa, discussão da tarefa e sistematização das principais aprendizagens. Na fase de introdução, o professor apresenta uma tarefa matemática à turma, a qual pode ser, por exemplo, um problema ou investigação, exigindo interpretação por parte dos alunos. É papel do professor assegurar, em poucos minutos, que os alunos entendam o que se espera que façam e que se sintam desafiados a trabalhar na tarefa. O professor também é incumbido de organizar o desenvolvimento do trabalho pela turma, estabelecendo o tempo a dedicar às diferentes fases, gerindo os recursos a usar e definindo os modos de trabalho dos alunos (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012).

Na fase de exploração os alunos realizam a tarefa em duplas ou pequenos grupos e o professor deve garantir o desenvolvimento da mesma, contudo, tomando cuidado para não comprometer a autonomia dos alunos e sem diminuir o desafio cognitivo da tarefa, bem como não uniformizar as estratégias de resolução. O professor precisa também garantir que os alunos se preparem para apresentar o seu trabalho à turma toda e que produzam materiais adequados em tempo útil para a fase de discussão (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012; CYRINO; OLIVEIRA, 2016). Em seguida, o professor seleciona algumas resoluções feitas pelos alunos para discuti-las com a turma.

Após a fase de exploração, o professor inicia a próxima fase, cujo foco será a discussão da tarefa e as resoluções selecionadas anteriormente. Nessa fase o professor "(...) tem de orquestrar a discussão, não apenas gerindo as intervenções e interações dos diferentes alunos, mas também promovendo a qualidade matemática das suas explicações e argumentações" (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, p. 257). É importante também que o professor mantenha um ambiente apropriado à apresentação e discussão das ideias matemáticas dos alunos.

A última fase do processo é a sistematização, fase que é mais centrada no professor e em que se busca formalizar os conteúdos e ideias que derivam da resolução da tarefa. Nessa fase podem surgir novos conceitos ou serem revistos e sintetizados outros conceitos e procedimentos já conhecidos pelos alunos, além de se estabelecer conexões ente o conteúdo abordado pela tarefa e outros tópicos e conteúdos matemáticos (CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

Considerando a relevância do exposto, para realização do estágio de regência optou-se por utilizar a metodologia de ensino exploratório, uma vez que se pretende priorizar a qualidade do acesso ao conhecimento por parte dos alunos, bem como discutir aspectos conceituais acerca do conteúdo, e como trata Vygotsky (1986), um dos fatores principais para que se efetive o processo de ensino e aprendizagem é a comunicação e a linguagem. Dessa forma, o aluno como o protagonista do seu conhecimento poderá identificar os conceitos de



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



cada tarefa primeiramente na sua linguagem, na sua forma particular de compreensão, cabendo ao momento de sistematização a abordagem científica e generalizada do conhecimento. Isso inverte o processo de transposição do científico para o didático para o processo da generalização pelo científico, a partir da compreensão particular de cada aluno. Sendo assim, serão propostas tarefas aos alunos, as quais serão realizadas em pequenos grupos, por meio das quais se buscará introduzir, discutir e sistematizar conteúdos relacionados a medidas de tendência central.

## DESENVOLVIMENTO

Todo o desenvolvimento deste plano será particionado conforme as aulas em que se pretende desenvolver as tarefas. Em cada descrição de aula estarão presentes os recursos necessários, a forma que se pretende desenvolvê-la e os materiais que serão entregues aos alunos. No presente plano apresentam-se ainda possíveis questionamentos que podem ser feitos aos alunos com intuito de verificar se de fato a aprendizagem está ocorrendo, bem como possibilidade de sanar possíveis dúvidas. No decorrer das aulas é possível que esses questionamentos sejam alterados (acrescentados outros ou substituídos), caso se verifique a necessidade.

### *Aula 6*

Os alunos serão divididos novamente em trios para a realização da *Tarefa 3 – Brigadeiros*.

Para a exploração desta tarefa serão disponibilizados 65 minutos, sendo, assim, necessários mais 35 minutos da sétima aula.

Com o desenvolvimento da tarefa *Brigadeiros* espera-se discutir propriedades da média aritmética, em específico, segundo Estevam (2016): i) Compreender a média aritmética como um valor equitativo para uma distribuição uniforme (item *a*) da tarefa); ii) Compreender o algoritmo para o cálculo da média aritmética (itens *a*) e *b*) da tarefa); iii) Perceber que os valores nulos também devem ser levados em consideração no cálculo da média (item *b*) da tarefa); iv) Perceber que a média aritmética é um valor compreendido entre os extremos da distribuição (item *c*) da tarefa).



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



*Resolução da tarefa:*

Cinco colegas de turma combinaram de levar brigadeiros para o recreio do dia seguinte. Paulo levou 3, Aline levou 6, André levou 8, Juliana levou 3 e Jonas não levou brigadeiros.

a) Como repartir os brigadeiros de maneira que cada um dos colegas receba a mesma quantidade? Quantos brigadeiros cada um receberá?

- 1- *Somando a quantidade de brigadeiros levados e dividindo por 5, que é a quantidade de amigos.*
- 2- *Somando a quantidade de brigadeiros levados e dividindo por 4, que é a quantidade de amigos que levaram brigadeiros.*
- 3- *Há a possibilidade de os alunos determinarem as 3 medidas de tendência central para auxiliar em sua resposta. Caso isso ocorra o professor pode solicitar aos alunos que interpretem cada um dos resultados obtidos.*

b) Se Jonas fosse excluído do grupo por não ter levado brigadeiro, haveria alteração na quantidade de brigadeiros recebida por cada colega do grupo? Explique sua resposta utilizando cálculos e desenhos.

- 1- *Sim, pois não mais se dividiria a quantidade por 5 amigos, mas por 4.*
- 2- *Não, pois como ele levou zero brigadeiros e somar zero não altera o resultado das operações.*
- 3- *Não, pois como visto na questão 1), já que ele não levou brigadeiros não participaria da divisão.*

c) Em outro dia os cinco amigos resolveram levar brigadeiros novamente. Paulo levou 3, Aline levou 4, André levou 1, Juliana levou 3 e Jonas levou 4. Alguém afirmou que a quantidade média de brigadeiros recebida por cada integrante do grupo era maior do que 4. Sem realizar o cálculo da Média, explique se isso é possível.

- 1- *Não, pois ninguém levou mais do que 4 brigadeiros.*
- 2- *Não, pois o total de brigadeiros levados não é maior do que 20.*
- 3- *É possível, pois dessa vez Jonas levou brigadeiros. (Ocorre quando não se percebe que a quantidade de brigadeiros trazidos pelos outros 4 amigos é distinta da situação anterior).*

*Aulas 7 e 8*

Nos primeiros 35 minutos da sétima aula ocorrerá a conclusão da exploração da tarefa 3. Após a conclusão da exploração da tarefa ocorrerá sua discussão. Para isso, serão



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



selecionados grupos para que apresentem seu raciocínio de resolução. Essa apresentação será amparada pela resolução da tarefa pelo grupo, resolução a qual será fotografada e projetada em tela. Os critérios para escolha dos grupos serão semelhantes àqueles utilizados na discussão das tarefas anteriores. Após as resoluções e explicações de cada grupo o professor fará comentários sobre as resoluções, permitindo e incentivando a participação dos alunos, de modo a realizar uma reflexão sobre as questões e respectivas resoluções, permitindo tirar conclusões acerca das mesmas.

Utilizando-se das discussões, bem como das resoluções apresentadas pelos alunos, ocorrerá a sistematização dos conteúdos emergentes na resolução da tarefa, em que se pretende formalizar algumas das propriedades da média aritmética, tal como as citadas nos itens *i)*, *ii)*, *iii)* e *iv)* do subcapítulo anterior.

O quadro abaixo apresenta os conteúdos que se pretende sistematizar, incluindo as possíveis definições/explicações a serem passadas no quadro. Cabe ressaltar que de acordo com o desenvolvimento da tarefa novos conteúdos podem emergir e, conseqüentemente, serem sistematizados.

<i>Propriedades da Média</i>
i) A média é o valor que torna a distribuição equilibrada, ou seja, distribui os elementos de forma igualitária.
ii) Os valores nulos devem ser considerados no cálculo da média.
iii) O maior valor de uma distribuição é chamado de máximo e o menor valor é chamado de mínimo. Esses dois valores são ditos <i>extremos</i> da distribuição e a média sempre é um valor entre esses extremos.
iv) A média é influenciada por todos os valores da distribuição.

Quadro 3 – Sistematização da tarefa 3: as propriedades da média aritmética

Fonte: O autor.

Para a efetivação das discussões e sistematização pretende-se utilizar 65 minutos, ou seja, o restante da aula. Durante a sistematização serão lançados questionamentos aos alunos, com intuito de avaliar se de fato a aprendizagem está ocorrendo, bem como auxiliar no processo de compreensão das propriedades da média aritmética. Um exemplo de questão seria solicitar o cálculo da média de um conjunto de valores, com um dos valores nulos.

### *Avaliação*



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



A metodologia de Ensino Exploratório que será utilizada durante as aulas visa proporcionar ao aluno explorar novos conhecimentos por meio da realização de tarefas matemáticas significativas, utilizando-se dos conhecimentos já estabelecidos por ele anteriormente. Logo, esta metodologia não fará com que o aluno esteja subjugado somente à necessidade da interlocução de um professor para adquirir um conhecimento. Em outras palavras, com as tarefas que serão propostas busca-se possibilitar ao aluno adquirir o conhecimento sobre conceitos estatísticos no âmbito da sua subjetividade e, após ele ter acesso a esse “a ser conhecido”, como trata Heidegger (1995), cabe ao professor sistematizar o que de fato a tarefa propõe de novos conhecimentos, ao ponto que pode proporcionar neste momento discussões sobre assunto e dando oportunidade ao aluno institucionalizar o conhecimento adquirido (PAIS, 2001), com o intermédio do professor. Disso, é necessário avaliar o que o aluno está aprendendo na forma que ele explorou e interpretou a tarefa, verificando se de fato o conhecimento foi adquirido, ou como tratam Basniak e Estevam (2014):

[...] a avaliação não é algo que ocorre somente ao final do processo, como se fosse uma etapa a ser cumprida. Ao contrário, deve acompanhar todo o processo de ensino e aprendizagem, considerando os erros dos alunos como importantes para os encaminhamentos das próximas tarefas a serem realizadas (p. 31).

Com isso, verifica-se que a avaliação contínua pode expressar aquilo que se buscará na realização do estágio de regência: identificar se nesse processo de ensino-aprendizagem, o educando adquiriu conhecimentos em relação ao conteúdo desenvolvido, avaliando o envolvimento do aluno durante as aulas, e não somente no fechamento dos conteúdos.

Paulo e Santos (2011) afirmam que, ao avaliar o aprendizado de um aluno, se avalia aquilo que o aluno conseguiu expressar sobre o conteúdo, muitas vezes baseado numa comparação com aquilo que se pretendia ensinar. Verificando esta ideia consonante com o Ensino Exploratório, serão elaboradas questões que norteiem, indaguem e desenvolvam o pensamento do aluno sobre a tarefa, pretendendo que o aluno se envolva e discorra sobre aquilo que compreendeu naquela aula. Assim, o principal foco das avaliações será com base nas resoluções e justificativas dos alunos sobre as questões presentes nas tarefas aplicadas.

O envolvimento dos alunos em sala de aula, tanto durante o desenvolvimento das tarefas quanto no momento da sistematização, também será levado em conta para a determinação das notas dos alunos relacionadas ao desenvolvimento das tarefas. Assim, determina-se um peso de 8 para as questões que os alunos responderão e 2 para o envolvimento em classe para as notas das tarefas.



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



---

## Referências

- BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G (Org.). *O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica*. Curitiba: Ithala, 2014.
- CANAVARRO, A.; OLIVEIRA H.; MENEZES, L.; Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática, 2012. Castelo de Vide. *Actas...* Portalegre: SPIEM, 2012, p. 255-266.
- CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M.; Ensino Exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, M. C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática*. Londrina: Eduel, 2016.
- ESTEVAM, E. J. G.; Estatística na Educação Básica: Reflexões sobre alguns pressupostos. In: BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G (Org.). *O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica*. Curitiba: Ithala, 2014.
- HEIDEGGER, M. *Ser e tempo*. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 1995.
- PAIS, L. C. Momentos pedagógicos e as situações didáticas. In: \_\_\_\_\_. *Didática da Matemática: Uma análise francesa*. Autêntica, 2001. p. 65-75.
- PAULO, R. M.; SANTOS, J. C. A. P. Avaliação em Matemática: uma leitura de concepções e análise do vivido na sala de aula. *Ciência & Educação*, v. 17, n. 1, p. 183-197, Bauru: SP, 2011.
- QUINTAS, S. M. O.; OLIVEIRA, H. M. A. P.; FERREIRA, R. A. O. F T.; O conhecimento didático em Estatística: Um estudo exploratório com professores de Matemática no Ensino Secundário. *Nuances: estudos sobre Educação*, Presidente Prudente, SP, v. 18, n. 19, p. 36-51, jan./abr. 2011.
- WELLS, G. *Dialogic inquiry: Towards a Sócio-cultural Practice and Theory of Education*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.