



### Tarefa 3 – Determinando o comprimento de uma circunferência

**Conteúdo:** Comprimento/perímetro de uma circunferência

Fonte: JAKIMIU, M. G. **Proposta de Ensino na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática a partir da reflexão sobre o estágio de regência**. 2020. 60 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual do Paraná, União da Vitória. 2020.

#### TAREFA 3 – DETERMINANDO O COMPRIMENTO DE UMA CIRCUNFERÊNCIA

- 1) Utilizando as circunferências construídas na tarefa 2, anotem na tabela abaixo o que é pedido. Que relação vocês podem identificar entre os dados anotados na tabela?

<i>Comprimento</i>	<i>Diâmetro</i>	$\frac{\text{Comprimento}}{\text{Diâmetro}} = \text{resultado}$

- 2) Como pode ser reescrita a igualdade encontrada na terceira coluna para determinar o comprimento da circunferência?
- 3) Meçam apenas o diâmetro da maior circunferência que tiverem disponível e determinem o seu comprimento *sem medi-lo*. Expliquem como fizeram.
- 4) Como pode-se determinar o comprimento de uma circunferência conhecendo apenas seu raio?

Adaptada de Jakimiu e Seledes (2019).

#### PLANO DE AULA

**Duração:**

- 3h/aula

**Conteúdo:**

- Comprimento/perímetro de uma circunferência

**Ano de escolaridade:**



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



- 
- 8º ano do Ensino Fundamental

*Objetivos:*

- Compreender o que é o comprimento/perímetro de uma circunferência;
- Deduzir a fórmula para seu cálculo a partir do raio.

*Recursos:*

Lousa e giz, caderno e caneta para anotações durante a aula, tarefas impressas a serem entregues aos alunos, celular, notebook e projetor a fim de fotografar e exibir para a turma as resoluções dos grupos para discussão, *tablets* para utilização do software GeoGebra, régua, barbantes, arames encapados e objetos com formato circular (tampas, latas, copos, etc.) para serem utilizados pelos alunos durante a realização das tarefas.

*Metodologia*

As aulas serão baseadas na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática – EEM, sendo organizadas em quatro fases orientadas pelas ações a serem conduzidas pelo professor, como descritas por Cyrino e Teixeira (2016):

- *Proposição da tarefa:* a tarefa será apresentada e eventuais dúvidas sobre seu funcionamento esclarecidas;
- *Desenvolvimento da tarefa:* os alunos irão se reunir em grupos para desenvolver a tarefa e elaborar um relatório, contendo seu raciocínio e resolução dos itens propostos, que deverá ser entregue ao final da aula. Enquanto isso, os professores acompanharão os trabalhos dos grupos, e realizarão questionamentos com o intuito de compreender o pensamento dos alunos e provocá-los a pensamentos mais complexos. Será chamada a atenção ao fato de que os professores questionarão tanto resoluções incorretas quanto corretas, e não validarão respostas. Os professores também farão anotações acerca de como cada grupo está desenvolvendo seu trabalho, e irão selecionar e sequenciar as resoluções dos grupos para discussão;
- *Discussão coletiva:* os grupos selecionados pelos professores serão convidados a explicarem para a turma seu raciocínio para a resolução da tarefa ou item e, em seguida, será feita uma discussão entre toda a turma acerca da tarefa. Para isso, os professores terão fotografado a resolução do grupo com um celular e o conectarão a um notebook ligado ao projetor, de maneira que toda a turma possa visualizar a resolução do grupo para discussão. Os critérios a serem utilizados pelos professores para a seleção dos grupos podem ser:



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



uma resolução que apresenta um erro recorrente a esclarecer; uma resolução particular que se distingue e acrescenta compreensão e/ou ajuda a atingir o propósito matemático da aula; resoluções com diferentes estratégias matemáticas, sobretudo as mais produtivas; resoluções com representações matemáticas diversas, sobretudo as mais eficazes (CANAVARRO, 2011, p. 15).

- **Sistematização das aprendizagens:** Canavarro (2011, p. 11) afirma que a perspectiva do ensino exploratório “não advoga que os alunos descubram sozinhos as ideias matemáticas que devem aprender, nem tão pouco que inventam conceitos e procedimentos ou lhes adivinham os nomes”. Assim, destaca-se o papel fundamental do professor ao sistematizar as aprendizagens que ocorrem durante a resolução da tarefa e sua discussão, que por sua vez nortearão os conhecimentos matemáticos que podem ser introduzidos ou abordados. Essa sistematização será realizada com a colaboração dos alunos, considerando as discussões anteriores. Para isso, pode-se

relacionar os conhecimentos matemáticos presentes nas resoluções dos alunos com seus conhecimentos prévios, com ideias matemáticas ou com representações formalizadas, introduzindo ou discutindo conceitos e ideias matemáticas, regras, generalizações, propriedades, entre outros, de acordo com os objetivos que delineou em relação à aprendizagem matemática dos alunos para aquela aula (CYRINO; TEIXEIRA, 2016, p. 96).

Considera-se o *inquiry*<sup>1</sup>, a colaboração, a comunicação e a reflexão como dimensões fundamentais do EEM (PAULEK; ESTEVAM, 2017), portanto, esses são aspectos que as aulas aqui planejadas buscam incentivar. Para isso, serão utilizadas tarefas que possam desafiar e envolver os alunos ao estimular formas complexas de pensamento (CANAVARRO, 2011). Seu desenvolvimento será feito em grupos, com a intenção de que os alunos participem ativamente enquanto questionam, explicam e discutem entre si. Nesse contexto, sua aprendizagem decorre “da possibilidade de trabalharem com tarefas matemáticas ricas e de poderem partilhar com os colegas e o professor as suas ideias” (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013, p. 3), preceitos fundamentais para a aprendizagem segundo a perspectiva do EEM.

## DESENVOLVIMENTO

<sup>1</sup> O termo *inquiry* é geralmente traduzido para a língua portuguesa como investigação ou inquirição, termos que não correspondem adequadamente ao seu significado. Assim, optamos por mantê-lo em inglês, tomando-o, a partir das ideias de Dewey (1938), como um processo de, em situações desafiadoras, abordar o desconhecido com aquilo que é conhecido e a partir disso formular hipóteses e inferências.



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



Os professores farão uma breve revisão com os alunos sobre o que é e como encontrar o perímetro de figuras como o retângulo e o triângulo, inicialmente questionando-os para verificar se sabem/lembram. Se for necessário, apresentarão representações das figuras na lousa e, em conjunto com os alunos, encontrarão o perímetro dessas figuras. Também será apresentada a definição de perímetro de um polígono como sendo a medida do comprimento de seu contorno, obtido pela soma do comprimento de todos os lados de uma figura (DANTE, 2005 *apud* SOUZA, 2014). Ao constatarem que essas noções estão claras, darão seguimento propondo a Tarefa 3, cujo objetivo é que os alunos compreendam o que é o comprimento/perímetro de uma circunferência e deduzam a fórmula para seu cálculo conhecendo apenas seu raio. O restante da aula será para o desenvolvimento da tarefa, e os relatórios produzidos pelos alunos serão recolhidos ao final, mesmo que incompletos, pois o desenvolvimento da tarefa será retomado na próxima aula.

#### QUADRO DE AÇÕES

<i>Ações dos alunos</i>	<i>Ações do professor</i>
<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos percebem que o valor entre as razões será sempre um valor próximo de <math>\pi</math>.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Sugerir se com este valor eles conseguem estabelecer alguma relação com os outros valores marcados na tabela.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos não percebem a relação entre os dados anotados na tabela.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Sugerir aos alunos que comparem as linhas da tabela e observem os valores.</li><li>Questionar o que acontece com os valores na última coluna de cada linha. Por que estão dispostos em forma de razão? O que isto pode significar?</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos não conseguem trabalhar com a expressão que possuem na tabela e a reorganizar.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Questionar quais os valores expressões eles possuem na tabela;</li><li>Questionar o que eles possuem na tabela, uma razão do comprimento pelo diâmetro e no que isto resulta;</li><li>Questionar sobre o que eles precisam descobrir;</li></ul>



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



<i>Ações dos alunos</i>	<i>Ações do professor</i>
	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Questionar se há a possibilidade de descobrir este valor utilizando esta expressão, mas reorganizando os dados.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Os alunos não percebem que o diâmetro é duas vezes o raio.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Pedir para que relembrem o que foi visto nas tarefas anteriores;</li><li>▪ Sugerir que observem os desenhos de circunferência feitos anteriormente com o barbante e questionar como o desenho era feito e como o diâmetro foi conceituado.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Os alunos não sabem quais medidas podem utilizar e se estão medindo corretamente.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Questionar o que se pode obter através do valor que foi medido no barbante com a régua. Tem como obter as outras medidas discutidas acima através desta? Como?</li><li>▪ Sugerir que podem usar outros materiais para medir, como barbante ou o arame encapado.</li></ul>

Quadro 1 – Orientações para o professor sobre a Tarefa 3  
Fonte: Jakimiu e Seledes (2019).

### *Sistematização*

*Sistematização*

Após o momento das discussões os professores dão início à sistematização, trazendo junto os tópicos abordados durante a discussão e fazendo a ligação do que os alunos construíram com os conceitos dos conteúdos trabalhados na tarefa.

Com o preenchimento da tabela os professores buscam que os alunos consigam perceber que a razão entre comprimento e diâmetro sempre resultará em um valor aproximado do pi independentemente do tamanho da circunferência. Isto fica claro na elaboração da tarefa feita propositalmente com a expressão da razão posta na última coluna.

Além disso os professores buscam a percepção dos alunos para a manipulação da expressão e que assim consigam encontrar uma que possa resultar no valor do comprimento através



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



de outros valores. Assim, quando os professores pedem para que os alunos reescrevam a expressão, é justamente para que possam reorganizar e chegar a que resulte no cálculo do comprimento. Para isso, os alunos devem observar que a razão do comprimento pelo diâmetro resulta no valor próximo do pi, logo, multiplicando ambos os lados da igualdade pelo diâmetro, obteremos comprimento = diâmetro\*pi. Neste momento os professores devem questionar como calcular o diâmetro, visto em aulas anteriores. Sabendo então, que o diâmetro é  $2*r$  e substituindo na expressão do comprimento teremos: Comprimento =  $2*pi*r$ , que é a expressão usualmente utilizada para cálculo do perímetro da circunferência. Assim sendo, os professores ainda fazem com que os alunos vão a campo e meçam objetos nos quais podem obter apenas as medidas de diâmetro em primeiro momento e posteriormente somente a medida do raio, e assim calcularem os outros valores. Para que consigam fazer isso é importante compreender a expressão obtida nas questões anteriores e como utilizá-las, bem como o que cada componente representa. Logo, os professores buscam orientar os alunos a buscarem as medidas e com estas calcular os demais valores.

Quadro 2 – Sistematização sobre a Tarefa 3  
Fonte: Jakimiu e Seledes (2019).

Os relatórios entregues ao final da aula anterior serão devolvidos aos alunos e o desenvolvimento da Tarefa 3 será retomado. Ao final, será realizada sua discussão e sistematização. Optamos por utilizar a nomenclatura “comprimento” ao invés de perímetro, pois é como está no livro em que nos baseamos (SOUZA, 2014). Porém, será apresentado aos alunos que comprimento e perímetro de uma circunferência são termos equivalentes.

Historicamente, pode-se verificar que o cálculo do comprimento da circunferência chegou a tentativas de cálculos exatos que em sua maioria buscavam o valor para  $\pi$ , através de procedimentos que evidenciavam o método empírico da experimentação, nos quais se mediam os comprimentos de circunferências e seus respectivos raios a fim de encontrar uma razão comum (SOUZA, 2014). Nisso baseia-se a Tarefa 3, pois os alunos são levados a identificarem essa razão presente nas circunferências e a partir disso determinarem a fórmula para o cálculo do comprimento da circunferência, dada por  $c = 2\pi r$ , partindo da relação  $\frac{c}{d} = \pi$ , logo  $c = d\pi = 2\pi r$ , sendo  $c$  o comprimento da circunferência de raio  $r$  e diâmetro  $d$ , e  $\pi$  um número irracional com valor aproximado de 3,1416.

#### *Avaliação:*

A avaliação é um elemento necessário e sempre presente no trabalho do professor. Através dela, os resultados obtidos ao longo do trabalho com os alunos são comparados aos objetivos propostos para, dessa forma, verificar progressos e dificuldades, além de reorientar



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



o trabalho para as correções necessárias. Essa é uma tarefa complexa, e não se resume apenas à realização de provas e atribuição de notas, mas os dados resultantes devem ser submetidos a uma análise qualitativa (LIBÂNEO, 2006).

Será utilizada a modalidade de avaliação formativa, que de acordo com Blaya (2007 *apud* OLIVEIRA; SILVA; SOUZA, 2008) é uma forma de avaliação na qual a preocupação central está em coletar dados para reorientação do processo de ensino-aprendizagem, ocorrendo de maneira contínua. Sua finalidade é proporcionar informações a respeito do desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, de modo que o professor possa realizar ajustes de acordo com as características dos alunos, a fim de orientar, apoiar, reforçar e corrigir (GIL, 2006 *apud* OLIVEIRA; SILVA; SOUZA, 2008)

Deste modo, a avaliação acontecerá durante o desenvolvimento das tarefas com o acompanhamento do trabalho coletivo e da participação de cada aluno nas discussões dentro do grupo; durante as apresentações, será avaliado como os alunos explicam suas ideias e as discussões que podem ocorrer entre grupos diferentes (questões levantadas e respostas). Por fim, os registros feitos pelos grupos serão recolhidos para análise das estratégias utilizadas e soluções encontradas.

A nota será atribuída levando em conta os seguintes critérios: a participação nas discussões durante o desenvolvimento da tarefa dentro do grupo; se a tarefa foi resolvida ou não, considerando também as estratégias utilizadas e ideias matemáticas presentes nas resoluções, mesmo que não tenha chegado à resposta; participação durante a discussão coletiva, esteja o aluno apresentando ou ouvindo.

Por fim, a partir da análise dos relatórios e discussões desenvolvidos pelos alunos, temos a avaliação somativa, que objetiva realizar um balanço geral ao final de um período de aprendizagem ao verificar se os objetivos propostos no planejamento foram alcançados (OLIVEIRA; SILVA; SOUZA, 2008).

#### Referências

- CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.
- CYRINO, M. C. de C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: CYRINO, M. C. de C. T. *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática*. Londrina: Eduel, 2016. cap. 4, p. 81-98.
- DEWEY, J. *Logic: The theory of inquiry*. New York: Henry Holt and Company, 1938.



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



---

LIBÂNEO, J. C. *Didática*. São Paulo: Cortez, 2006.

OLIVEIRA, A. de; SILVA, C. da; SOUZA, G. M. R. de. Avaliação: conceitos em diferentes olhares, uma experiência vivenciada no curso de pedagogia. In: EDUCERE – CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 8., 2008, Curitiba. *Anais...* Curitiba: PUCPR, 2008.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, v. 22, n. 2, p. 19-53, 2013.

PAULEK, C. M.; ESTEVAM, E. J. G. Ensino exploratório de matemática: uma discussão sobre tarefas e a dinâmica da aula. In: Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 8., 2017, Madrid. *Livro de Actas*, Andújar (Jaén): Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas. 2017. p. 412-421.

SOUZA, H. C. T. de. O ensino de geometria euclidiana plana no ensino fundamental: círculo e circunferência. In: BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G. *O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica*. Curitiba: Íthala, 2014. cap. 4, p. 94-126.