



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Tarefa 3 (complementar) – Refrigerante

Conteúdo: Razão e proporção

Fonte: PASCOSKI, J. P.; PAULICHEN, T. **Estágio de regência:** plano de aula. Universidade Estadual do Paraná – Campus União da Vitória. 2019.

TAREFA 3 (COMPLEMENTAR) – REFRIGERANTE

João, Jonas, Marta, Caíque e Lúcia estavam com bastante sede após comerem a costela que Seu Zé fez no churrasco de seu aniversário, então foram procurar algo para beber. Após encontrarem observaram que havia só uma garrafa de refrigerante de 2 litros. Então, Jonas foi até a cozinha e pegou 5 copos. Entretanto, após levar os copos até seus amigos, Jonas lembrou que haviam mais pessoas que com certeza também estavam com sede. Jonas olhou para os copos, e observou que abaixo deles estava escrito 200ml, no mesmo momento, se perguntou se todos iriam “matar a sede”.

- 1) Se somente João, Jonas, Marta, Caíque e Lúcia bebessem, quantos copos de refrigerante cada um iria beber?
- 2) Se mais pessoas fossem beber, é possível saber quantos copos cada um iria beber? Quantos seriam? Complete a tabela a seguir com o número de copos de refrigerante por pessoa e com o número de pessoas para a quantidade de copos dados:

<i>Pessoas</i>	<i>Copos por pessoa (200ml)</i>	<i>Garrafa (2000 ml)</i>
10	?	2 litros
15	?	2 litros
20	?	2 litros
?	2	

Como você encontrou o número de copos que cada pessoa iria beber? Existe um padrão para encontrar esses valores? Se sim, qual é?

PLANO DE AULA

Duração:

- 3h/aula

Conteúdo:

- Razão e proporção



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Ano de escolaridade:

- 7º ano do Ensino Fundamental

Objetivos:

- Compreender, resolver e aplicar a regra de três simples (inversamente proporcional);
- Compreender a propriedade “se o produto entre x e y é sempre uma constante, então as razões são inversamente proporcionais”.

Recursos:

Projektor Multimídia, celular, notebook (apresentação das resoluções), tarefas impressas, lousa, giz, folhas de papel, canetas, lápis e borracha.

Metodologia

Para a efetivação das aulas, será utilizada como perspectiva metodológica o ensino exploratório de Matemática (EEM). Tal perspectiva contrapõe-se ao modelo de transmissão de conhecimento/informação, associado a práticas expositivas e diretivas (PONTE, 2005), admitindo como dimensões fundamentais o *inquiry*, a colaboração, a comunicação e a reflexão (CYRINO; OLIVEIRA, 2016), em que a aprendizagem decorre do trabalho que os alunos realizam a partir do engajamento em tarefas desafiadoras, para as quais não possuem um método imediato de resolução (CANAVARRO, 2011).

Essa abordagem coloca os alunos no centro do processo didático, e através de ações consonantes, o professor conduz os alunos a expressarem suas ideias e (in)compreensões, instiga ao questionamento de outras ideias, e auxilia na reflexão sobre as estratégias de resolução utilizadas, em meio a uma dimensão colaborativa de aprendizagem (ESTEVAM; CYRINO; OLIVEIRA, 2017).

“O ensino exploratório da Matemática não advoga que os alunos descubram sozinhos as ideias matemáticas que devem aprender, nem tão pouco que inventam conceitos e procedimentos ou lhes adivinham os nomes” (CANAVARRO, 2011), mas que “[...]aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva.” (CANAVARRO, 2011). Desta maneira, os alunos tem a possibilidade de ver surgir o significado dos conhecimentos e procedimentos que eles mesmos estão desenvolvendo (CANAVARRO, 2011).



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Nesse âmbito, o professor surge como mediador, ou assim como determinado por Stein et al. (2008), “aquele que orchestra”. Suas ações determinam o processo de interação das ideias, de modo a tornar o ambiente mais produtivo, em aulas que emergem, simultaneamente, a lógica individual (nas intervenções dos alunos) e a lógica coletiva (na negociação de significados compartilhados) (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013).

Uma aula com perspectiva exploratória geralmente é estruturada em três ou quatro fases, as quais organizam e orientam ações do professor, tendo em conta a gestão da aula e as aprendizagens dos alunos (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013). Stein et al. (2008) propõem um modelo em três fases: “lançamento” da tarefa, “exploração” pelos alunos, e “discussão e sintetização”. No Brasil, tem-se admitido o modelo em quatro fases, o qual estrutura-se da seguinte maneira:

- i) proposição e apresentação da tarefa, apoiada na prática de propor a tarefa aos alunos;
- ii) desenvolvimento da tarefa, associada à prática de monitorar a resolução dos alunos, apoiá-los e identificar resoluções interessantes para discussão com toda a turma;
- iii) discussão coletiva da tarefa, relacionada à apresentação das resoluções selecionadas, contraposição de diferentes ideias e estratégias, bem como discussão de suas potencialidades e limitações; e
- iv) sistematização das aprendizagens, com a formalização das ideias discutidas no decorrer da aula, aproximando-as daquelas prescritas nos currículos (ESTEVAM; CYRINO; OLIVEIRA, 2017, p. 151).

Destarte, as aulas acontecerão pautadas na resolução das tarefas propostas e nas fases destacadas anteriormente, onde os alunos terão auxílio dos professores estagiários durante a resolução das tarefas, sendo as intervenções realizadas de maneira a não interromper as ideias que partem dos próprios alunos. Tais resoluções serão discutidas e sistematizadas a partir das resoluções obtidas nos grupos, levando em consideração os objetivos iniciais. Durante todas as fases da aula, será incentivada a participação dos alunos na construção do conhecimento e para que seja possível um ambiente produtivo e colaborativo, e em seguida serão entregues listas com exercícios sobre o conteúdo que fora trabalhado na aula respectiva de modo que os conhecimentos já sistematizados possam ser fixados.

As definições e conceitos que serão trabalhados durante as aulas estão presentes no livro Fundamentos de Matemática elementar 11 (IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2011).

DESENVOLVIMENTO

Aula 08



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



A fase de proposição da tarefa, onde a leitura ocorrerá juntamente com os alunos e serão esclarecidas possíveis dúvidas, este momento deve durar 10 minutos - 15 minutos, então após isso os alunos começarão a trabalhar na fase de desenvolvimento da tarefa até o final da aula. As resoluções da tarefa 3 complementar estão presentes abaixo.

A tarefa “Refrigerante” tem a intencionalidade de trabalhar a propriedade que envolve a regra de três simples em razões inversamente proporcionais e o próprio algoritmo dessa “regra”. Para isto, a questão 1 sugere que os alunos realizem o cálculo de grandezas inversamente proporcionais, que não precisam ser realizadas necessariamente pelo algoritmo da “regra de três”. No entanto a questão 2, traz implicitamente a propriedade do “produto das razões ser sempre uma constante”, o conceito de tal questão será aprofundado na fase de discussão coletiva e de sistematização da tarefa, tendo em vista que o algoritmo para questões inversamente proporcionais pode não estar explícito.

Resolução da Tarefa 3 (complementar) – Refrigerante

João, Jonas, Marta, Caíque e Lúcia estavam com bastante sede após comerem a costela que Seu Zé fez no churrasco de seu aniversário, então foram procurar algo para beber. Após encontrarem observaram que havia só uma garrafa de refrigerante de 2 litros. Então, Jonas foi até a cozinha e pegou 5 copos. Entretanto, após levar os copos até seus amigos, Jonas lembrou que haviam mais pessoas que com certeza também estavam com sede. Jonas olhou para os copos, e observou que abaixo deles estava escrito 200ml, no mesmo momento, se perguntou se todos iriam “matar a sede”.

- 1) Se somente João, Jonas, Marta, Caíque e Lúcia bebessem, quantos copos de refrigerante cada um iria beber?

Como a garrafa possuía 2 litros e cada copo 200ml, o total de copos é dado pelo quociente:

$$\frac{2000ml}{\frac{200ml}{copo}} = 10 \text{ copos}$$

Após obter o total de copos, para descobrir quantos copos cada um irá beber, basta fazer a razão de copos por pessoas, nesse caso 5 pessoas, disso:

$$\frac{10 \text{ copos}}{5 \text{ pessoas}} = \frac{2 \text{ copos}}{\text{pessoa}}$$

Ou seja, cada um iria beber 2 copos de refrigerante.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



2) Se mais pessoas fossem beber, é possível saber quantos copos cada um iria beber? Quantos seriam? Complete a tabela a seguir com o número de copos de refrigerante por pessoa e com o número de pessoas para a quantidade de copos dados:

<i>Pessoas</i>	<i>Copos por pessoa (200ml)</i>	<i>Garrafa (2000 ml)</i>
10	1	2 litros
15	$\frac{2}{3}$	2 litros
20	$\frac{1}{2}$	2 litros
5	2	2 litros

Como você encontrou o número de copos que cada pessoa iria beber? Existe um padrão para encontrar esses valores? Se sim, qual é?

É possível estabelecer quantos copos cada pessoa poderá beber a partir da tabela, ao perceber a relação existente entre as pessoas e quantas ml cada pessoa poderá tomar, sabendo que a garrafa possui 2 litros. Trata-se de grandezas inversamente proporcionais, ou seja, a multiplicação do número de pessoas, pelos copos que cada pessoa poderá beber, será equivalente aos 2 litros que a garrafa possui.

Sabendo que podem surgir questionamentos e dificuldades por parte dos alunos em relação a tarefa e “ao que fazer”, foi elaborado um quadro (Quadro 1) que pode apoiar as ações dos professores em algumas situações.

<i>Questão</i>	<i>Atividade dos alunos</i>	<i>Atividade do professor</i>
1	<ul style="list-style-type: none">Os alunos não conseguem perceber que se trata de uma questão inversamente proporcional.Os alunos definem o valor incorreto de copos por pessoa.	<ul style="list-style-type: none">O professor pergunta se tiverem mais pessoas para beber, cada um beberá mais refrigerante que antes?O professor pergunta se a quantidade de refrigerante condiz com os dois litros que haviam inicialmente.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



1	<ul style="list-style-type: none">Os alunos não percebem a conversão que necessitam fazer (ml – l).Os alunos definem quantos copos cada pessoa poderá beber.	<ul style="list-style-type: none">O professor pergunta se ambas as unidades de medida são as mesmas.O professor pergunta como chegaram aquele resultado, e se para isso foi utilizado o conceito de razão visto anteriormente.
2	<ul style="list-style-type: none">Os alunos não percebem a relação que envolve a propriedade das grandezas inversamente proporcionais.Os alunos percebem a relação solicitada.	<ul style="list-style-type: none">O professor pergunta como eles sabem que a quantidade de refrigerante dos copos condiz com os dois litros iniciais.O professor pergunta porque aquilo funciona.

Quadro 1 – Quadro de ações tarefa 3 complementar
Fonte: Os autores.

Ao fim da aula as tarefas e relatórios serão entregues aos professores estagiários, e a tarefa terá continuidade na próxima aula.

Aula 09

Durante essa aula, os alunos continuarão o desenvolvimento da tarefa. Os professores estagiários durante esse período auxiliarão os alunos nas possíveis dúvidas sem interferir na linha de pensamento dos grupos, incentivando-os a prosseguir o trabalho e a realizar as anotações de tudo que estão pensando/fazendo, pautados principalmente no quadro de ações (Quadro 1). Pretende-se para finalizar esse momento 25 minutos - 30 minutos, para que possam ser iniciadas as discussões coletivas.

Os critérios de seleção das resoluções para discussão coletiva serão os seguintes:

Para a questão 1 será selecionada uma resolução aritmética e outra que envolva aspectos algébricos, para que possam ser discutidos os diferentes caminhos para as respostas. E para a questão 2, será selecionada uma resolução que não envolva um padrão (ou não tenham chegado nele), e uma resolução que envolva aspectos algébricos que implicitamente denunciam a propriedade de grandezas inversamente proporcionais.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



O momento de discussão coletiva se estenderá até o final dessa aula (15 minutos - 20 minutos), os professores estagiários irão recolher as tarefas e relatórios e a sistematização das tarefas 3 e complementar 3 irão acontecer na próxima aula.

Aula 10

Esta aula será destinada para a sistematização da tarefa 3 (tarefa e complementar), serão formalizados alguns conceitos (Quadro 2), sendo esta formalização e estes conceitos interligados com as resoluções discutidas anteriormente. Nesta fase, o professor deixa claro a intencionalidade da tarefa, a diferença entre grandezas diretamente proporcionais e grandezas inversamente proporcionais, e conceitua tais tópicos.

Sistematização Tarefa 3 e complementar

Neste momento o professor retoma as questões debatidas com os alunos na fase das discussões. O professor deve chamar atenção ao que acontece com o número de convidados quando se tem mais carne? A proporcionalidade é direta, sendo assim ambas as razões crescem ou decrescem juntas, e como foi possível chegar à resposta? Por que o modo como foi feita a resolução funciona?

Na questão 2 foi possível descobrir o valor gasto por pessoa com carne? Como chegamos a esse resultado? O que podemos dizer sobre esse valor R\$ 11,25? É possível através desse valor por pessoa saber quanto se gastaria com churrasco para qualquer quantidade de pessoas? E o contrário, se tivéssemos o valor em carne, poderíamos saber quantas pessoas convidar? Por quê? Qual foi a relação encontrada na questão 3? O que isso significa?

Com essas discussões o professor deve introduzir o conceito de que o que está “faltando” ser a incógnita a ser descoberta, mas tem como generalizar isso? Sendo discutidos esses pontos também através da questão 4, questão que possibilita a montagem da “regra de três” de modo que os alunos possam visualizar melhor. A partir dessas discussões são conceituadas as propriedades de grandezas diretamente proporcionais.

O segundo momento da sistematização consiste em contrapor o que foi realizado na tarefa 3 e na tarefa 3 complementar. Na tarefa 3 complementar estamos trabalhando com quais tipos de grandezas? diretamente proporcionais ou inversamente? E o modo de resolver a o problema é o mesmo a tarefa anterior? Por quê? Foi possível encontrar o padrão na questão 2? Que padrão era esse? O que foi realizado para sempre chegar nos 2 litros?

Nesse momento o professor introduz a propriedade das grandezas inversamente proporcionais e realiza a discussão sobre o algoritmo para calcular grandezas inversamente proporcionais.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Quadro 2 – Quadro de sistematização da tarefa 3 e complementar
Fonte: Os autores.

A sistematização realizada será entregue ao final da aula de maneira impressa. Estarão presentes nela, os conceitos e as ideias apresentadas, para que os alunos anexem em seus cadernos.

Referências

- CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, v. 115, p. 11-17, 2011.
- CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Ensino exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, M. C. C. T. (Ed.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p. 19-32.
- ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Análise de vídeos de aula na promoção de reflexões sobre o ensino exploratório de Estatística em uma comunidade de professores. *Quadrante*, v. 26, n. 1, p.145-169, 2017.
- IEZZI, G.; HAZZAN, S; DEGENSZAJN, D. *Fundamentos de Matemática Elementar*. 1. Atual Editora, 2011.
- OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: contributos da prática de uma professora do 3.o ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, n. 22, v. 2, p. 19-53, 2013.
- PONTE, J. P. Gestão Curricular em matemática. In: GTI (Ed.). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2005. p. 11-34.
- STEIN, M. K.; ENGLE, R. A.; SMITH, M. S.; HUGHES, E. K. Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.