



## Tarefa 2

**Conteúdo:** Matrizes

Fonte: LUCZYNSKI, C. C. **Estágio de regência:** plano de aula. Universidade Estadual do Paraná – Campus União da Vitória. 2019.

### TAREFA 2

Certa loja vende produtos de beleza de três marcas diferentes; 01, 02 e 03, em um comparativo da venda de dois produtos nos últimos dois meses, obteve-se os seguintes quadros; o primeiro com os valores de produtos e o segundo com a quantidade de produtos vendidos em cada mês.

Produtos	Marca 01	Marca 02	Marca 03
A	R\$ 10,00	R\$ 15,00	R\$ 23,00
B	R\$ 20,00	R\$ 16,00	R\$ 20,00

Meses	Março	Abril
Marca 01	4 u.	5 u.
Marca 02	4 u.	3 u.
Marca 03	2 u.	2 u.

Tem se como resultado o seguinte quadro, com o valor obtido com a venda dos produtos em cada mês.

Meses	Março	Abril
Produto A	R\$ 146,00	R\$ 141,00
Produto B	R\$ 184,00	R\$ 188,00

Com base nas informações acima responda:

- Quais operações foram utilizadas para chegar ao valor obtido com a venda de cada produto em cada mês? Explique.
- Qual é a ordem das duas primeiras matrizes, e da matriz resultante?
- Qual a condição para que seja possível realizar o produto entre duas matrizes qualquer?



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



*Duração:*

- 3h/aula

*Conteúdo:*

- Matrizes

*Conteúdos específicos:*

- Definição de matriz;
- Representação e ordem de uma matriz;
- Características das matrizes, matriz quadrada, triangular, diagonal, identidade, nula e igualdade de matrizes;
- Operações com matrizes, adição, subtração, multiplicação por um escalar e multiplicação entre matrizes.

*Ano de escolaridade:*

- 2º ano do Ensino Médio – ensino formação de docentes

*Objetivo geral:*

- Compreender o conceito de Matrizes, possibilitando a clareza quanto a sua construção, seus componentes e as operações relacionadas a mesma.

*Objetivo específico:*

- Compreender o conceito de multiplicação entre matrizes.

*Recursos:*

Datashow, tarefas impressas, quadro e giz.

*Metodologia*

Para conduzir as aulas, será utilizada como metodologia aulas expositivas e dialogadas e utilizando de tarefas de caráter exploratório. Segundo Anastasiou e Alves, as aulas expositivas e dialogadas são “uma exposição de conteúdo, com a participação ativa dos estudantes, cujo conhecimento prévio deve ser considerado e pode ser tomado como ponto de partida” (2004, p. 70). Assim pressupõe-se que estas aulas propiciem uma maior participação dos alunos.



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



A partir de tarefas exploratórias, espera-se que os alunos construam conhecimento, pois no desenvolvimento destas eles são instigados a desenvolver e expor suas ideias, para que possam elaborar conjecturas e construir conhecimento a partir da atividade inquiridora e da reflexão que realizam no decurso da realização da tarefa proposta (PONTE, 2005).

Para que ocorra a construção de conhecimento é preciso que haja uma comunicação entre alunos e professor, com isso é preciso que o professor esteja preparado para as diferentes maneiras de resolução, dúvidas que podem surgir.

Para que através das respostas o professor possa instigar os alunos para que fundamentem e justifiquem seus pensamentos e suas ideias manifestadas, assim fazendo com que os alunos conjecturem ideias, através de possíveis intervenções do professor (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; PONTE, 2005).

Sendo assim, pode-se dizer que ao utilizar destas metodologias, através da interação emergente na aula, os alunos terão um contato maior com aspectos que possibilitarão a eles a construção de significados e conhecimento, proporcionando, assim, a aprendizagem.

Durante as aulas serão realizadas as tarefas pautadas no ensino exploratório, para isso são dadas tarefas com a intenção de que os alunos resolvam e ao mesmo tempo construam e conjecturem ideias, a partir da inquirição desenvolvida na resolução. A professora estagiária irá auxiliar os alunos na resolução das tarefas, mas estas intervenções deveram ser feitas de maneira que não interrompa o pensamento e as ideias dos alunos.

Estas tarefas serão apresentadas por grupos escolhidos e após as apresentações será feita a sistematização das mesmas, para que a partir da sistematização os alunos conjecturem os conceitos abordados. Em todos os passos da aula será pedida a participação dos alunos, na construção de ideias, para que estes expressem suas ideias, e acredita-se que através da interação entre os alunos e entre estes e a professora, seja proporcionado aos alunos um ambiente propício para que haja a construção de conhecimento.

## DESENVOLVIMENTO

A professora estagiária pedirá para que os alunos sentem-se em duplas, assim que estes se organizem, será entregue a tarefa 02. A professora estagiária irá ler a tarefa com os alunos, tirando possíveis dúvidas que eles tenham. Os alunos terão cerca de 50 minutos para desenvolver a tarefa.



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



Esta tarefa tem como intenção que os alunos compreendam o conceito de multiplicação entre matrizes. Para isso foi apresentado aos alunos uma tarefa onde se tem duas tabelas iniciais e uma terceira tabela com o produto das duas primeiras.

No item (a) da tarefa, se espera que os alunos observem as três tabelas, e olhando as duas primeiras e o resultado da multiplicação na terceira, a partir dos valores eles consigam relacionar as operações básicas em que cheguem a esse resultado na terceira tabela, também explicando quais foram elas e porque utilizarão estas. Para que assim eles construam os passos utilizados para a multiplicação entre matrizes.

No item (b) da tarefa se espera que os alunos observem as ordens de cada matriz inicial, onde uma é  $2 \times 3$  e outra é  $3 \times 2$ , a intenção é que eles olhem que o valor correspondente as colunas da primeira matriz é 3, e o valor correspondente as linhas da segunda matriz também é 3, assim concluindo que para poder efetuar a multiplicação entre duas matrizes o valor correspondente a  $n$  na primeira matriz tem que ser igual ao valor que corresponde a  $m$  na segunda matriz.

No item (c) da tarefa é pedido para que os alunos observem as duas primeiras matrizes e sua ordem, e a partir do que concluirão no item (b), eles também observem que a matriz resultante tem como ordem o número  $m$  de linhas da primeira matriz e o número  $n$  de colunas da segunda matriz.

*Durante a resolução da tarefa os alunos podem vir a ter várias dúvidas, pois o conceito de multiplicação entre matrizes não é tão direto como os das demais operações vistas na Tarefa 1. Para eles os valores na matriz resultante podem não fazer sentido algum. Podem ter como dúvidas, por exemplo: “Porque as duas primeiras matrizes não são de ordem igual?”, “Porque a matriz resultante tem uma ordem diferente, e essa é menor?” “Por que fazendo a multiplicação direta entre as duas não dá o mesmo resultado? Está faltando algo?”.*

*Estas dúvidas deverão ser sanadas pela professora estagiária de forma que não impeça o processo de construção de conhecimento do aluno,*

*mas sim o auxiliando para que ele conclua suas ideias, seguindo assim a metodologia das tarefas, e deixando que o aluno construa suas conjecturas por meio de um processo de investigação que permita isso.*

### **Resolução da Tarefa 2**

Certa loja vende produtos de beleza de três marcas diferentes; 01, 02 e 03, em um comparativo da venda de dois produtos nos últimos dois meses, obteve-se os seguintes



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



quadros; o primeiro com os valores de produtos e o segundo com a quantidade de produtos vendidos em cada mês.

Produtos	Marca 01	Marca 02	Marca 03
A	R\$ 10,00	R\$ 15,00	R\$ 23,00
B	R\$ 20,00	R\$ 16,00	R\$ 20,00

Meses	Março	Abril
Marca 01	4 u.	5 u.
Marca 02	4 u.	3 u.
Marca 03	2 u.	2 u.

Tem se como resultado o seguinte quadro, com o valor obtido com a venda dos produtos em cada mês.

Meses	Março	Abril
Produto A	R\$ 146,00	R\$ 141,00
Produto B	R\$ 184,00	R\$ 188,00

Com base nas informações acima responda:

- a) Quais operações foram utilizadas para chegar ao valor obtido com a venda de cada produto em cada mês? Explique.

*É esperado que os alunos desenvolvessem as operações que foram utilizadas para encontrar cada elemento da matriz resultante. Pra isso é preciso que estes relacionem os elementos das duas primeiras matrizes.*

*O objetivo é que os alunos escrevam cada passo, primeiro fazendo a multiplicação dos elementos da primeira linha e da primeira coluna e depois somar os produtos.*

$$10 \cdot 4 + 15 \cdot 4 + 23 \cdot 2 = a_{11} = 146$$

$$10 \cdot 5 + 15 \cdot 3 + 23 \cdot 2 = a_{12} = 141$$

$$20 \cdot 4 + 16 \cdot 4 + 20 \cdot 2 = a_{21} = 184$$

$$20 \cdot 5 + 16 \cdot 3 + 20 \cdot 2 = a_{22} = 188$$

- b) Qual é a ordem das duas primeiras matrizes, e da matriz resultante?

*Nesta questão é preciso que os alunos observem que a matriz resultante irá ter o número de linhas da primeira matriz, e o de colunas da segunda. Analisando a ordem de cada uma delas é possível chegar a isso.*



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



c) Qual a condição para que seja possível realizar o produto entre duas matrizes qualquer?

*Nesta questão é preciso que os alunos relacionem as ordens das duas matrizes iniciais. A intenção é que os alunos vejam que para ser possível realizar a multiplicação de matrizes é preciso que o número de colunas da primeira tem que ser igual ao número de linhas da segunda, pois na multiplicação é preciso multiplicar elemento por elemento, e se estes valores forem diferentes irá sobrar elemento na multiplicação, o que não pode acontecer. Assim concluindo que o  $n$  da primeira matriz tem que ser igual ao  $m$  da segunda matriz.*

#### *Apresentação e discussão*

Após a professora estagiária irá escolher algumas duplas para que apresentem suas resoluções aos colegas. Para isso será usado como critério de escolha para a apresentação as duplas que tiverem feito a resolução de forma mais completa, pondo todos os passos que utilizaram pra chegar à conclusão, para que assim consigam explicar de maneira que todos entendam os processos que utilizaram.

*Será pedido que cada dupla escreva no quadro sua resolução, e após isso explique a maneira que resolveram, as ideias que tiveram e cada passo da resolução, para que os demais colegas consigam entender o processo utilizado por eles.*

*Após a apresentação de cada dupla, a professora estagiária perguntará aos demais alunos se “Mais alguém chegou ao mesmo resultado?”. Se sim, será questionado a estes “Quais as ideias que vocês tiveram para resolver desta forma?”. Para que os alunos contribuam uns com os outros no processo de aprendizagem. Caso os alunos não queiram partilhar suas ideias a professora estagiária tentara expor possíveis ideias de outras duplas obtidas durante a resolução, a qual foi acompanhada pela professora.*

*Também será questionado se os alunos “Chegarão a alguma resposta diferente?” Em caso negativo, dar-se-á continuidade as próximas apresentações. Mas, se uma ou mais duplas, tiverem feito de maneira diferente, vai ser pedido a essas, para apresentarem e explicarem suas soluções aos demais, em seguida será feita uma discussão a fim de se estabelecer qual era a ideia geral que precisava chegar.*

*Se houver resoluções diferentes estas serão analisadas em aula juntamente com os alunos, discutindo com eles quais as ideias que foram usadas em cada uma, para que assim eles vão observando quais os passos que foram utilizados em cada resolução.*



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



---

*Pode acontecer que algumas resoluções de outras duplas não estejam corretas, no entanto, cabe a professora estagiária que analise cada questão, e verifique se os procedimentos usados pelas duplas estão coerentes, e se também poderão ser validados.*

*As questões apresentadas acima serão feitas após a apresentação de cada item, relacionado com o que foi pedido no mesmo, para assim observar o que os alunos conseguirão entender a partir destes, e se alcançaram o objetivo da tarefa.*

Tempo estipulado para as apresentações é 20 minutos.

### Sistematização

Depois de terminadas as apresentações, a professora estagiária irá fazer a sistematização da tarefa. Para isso, solicitará a participação dos alunos na construção dos conceitos abordados nos itens da tarefa, assim estabelecendo características e possíveis conjecturas assentes a multiplicação de matrizes.

*Espera-se que os alunos participem, e indiquem quais seriam os passos que podem ser utilizados na multiplicação de matrizes quaisquer. Primeiramente que relacionem as linhas com as colunas, que para obter o primeiro elemento resultante da multiplicação é preciso multiplicar a primeira linha com a primeira coluna; para isso multiplica-se elemento a elemento, e depois soma todos os produtos da primeira linha com a primeira coluna para obter o primeiro elemento da matriz resultante; sendo assim sucessivamente para todas as outras linhas e colunas, para obter os outros elementos da matriz.*

*Também nos itens (b) e (c), é esperado que os alunos digam se chegaram a uma relação referente a ordem das matrizes, se existe um condicionante para poder realizar a multiplicação, sendo que este é que o  $n$  da primeira matriz ter que ser igual ao  $m$  da segunda matriz, isso implicaria que a matriz resultante terá como ordem o  $m$  da primeira matriz e o  $n$  da segunda matriz.*

Após a sistematização da tarefa a professora estagiária irá passar a definição de multiplicação de matrizes para que os alunos copiem. A qual está no quadro abaixo. Se espera que este período leve cerca de 35 minutos.

MULTIPLICAÇÃO DE MATRIZES: Dada uma matriz $A = (a_{ij})$ do tipo $m \times n$ e uma matriz $B = (b_{ij})$ do tipo $n \times p$ , o produto da matriz A pela matriz B é a matriz $C = (c_{ij})$ do tipo $m \times p$ tal que o elemento $c_{ij}$ é obtido multiplicando-se ordenadamente os elementos da linha $i$ , da matriz A, pelos elementos da coluna $j$ , da matriz B, e somando-se os produtos obtidos.
--



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



Para dizer que a matriz  $C$  é o produto de  $A$  por  $B$ , vamos indicá-la por  $AB$ .

#### Referências

ANASTASIOU, L. G. C.; ALVES, L. P. Estratégias de ensinagem. In: ANASTASIOU, L. G. C.; ALVES, L. P. (Org.). *Processos de ensinagem na universidade*. Pressupostos para as estratégias de trabalho em aula. 3. ed. Joinville: Univille, 2004.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, v. 22, n. 2, p. 29-53, 2013.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.) *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, 2005. p. 11–34.