



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Tarefa 2 – Raio e comprimento

Conteúdo: Número π

Fonte: JAKIMIU, M. G. **Proposta de Ensino na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática a partir da reflexão sobre o estágio de regência**. 2020. 60 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual do Paraná, União da Vitória. 2020.

TAREFA 2 – RAIOS E COMPRIMENTO

- 1) Desenhem uma circunferência com raio de 4 cm, outra com raio de 5 cm e por fim outra com raio de 6 cm. Expliquem como vocês fizeram.
- 2) Tracem a linha do diâmetro de cada circunferência, dividindo-as em duas metades. Cortem um pedaço de barbante ou arame do tamanho do raio de cada circunferência. Utilizando esse pedaço, encontrem a medida de metade do comprimento de cada circunferência e expliquem o procedimento realizado.
- 3) Agora, utilizando o mesmo pedaço de barbante ou arame, encontrem a medida do comprimento de cada circunferência completa e expliquem como chegaram a esse resultado.
- 4) Quantas vezes a medida do raio cabe em metade do comprimento da circunferência? E quantas vezes cabe no comprimento total? O que vocês podem concluir ao comparar os resultados das três circunferências?

Adaptada de Jakimiu e Seledes (2019).

PLANO DE AULA

Duração:

- 2h/aula

Conteúdo:

- Número π

Ano de escolaridade:

- 8º ano do Ensino Fundamental



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Objetivos:

- Entender o significado e de onde vem o π (pi);
- saber como calculá-lo.

Recursos:

Lousa e giz, caderno e caneta para anotações durante a aula, tarefas impressas a serem entregues aos alunos, celular, notebook e projetor a fim de fotografar e exibir para a turma as resoluções dos grupos para discussão, *tablets* para utilização do software GeoGebra, régua, barbantes, arames encapados e objetos com formato circular (tampas, latas, copos, etc.) para serem utilizados pelos alunos durante a realização das tarefas.

Metodologia

As aulas serão baseadas na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática – EEM, sendo organizadas em quatro fases orientadas pelas ações a serem conduzidas pelo professor, como descritas por Cyrino e Teixeira (2016):

- *Proposição da tarefa:* a tarefa será apresentada e eventuais dúvidas sobre seu funcionamento esclarecidas;
- *Desenvolvimento da tarefa:* os alunos irão se reunir em grupos para desenvolver a tarefa e elaborar um relatório, contendo seu raciocínio e resolução dos itens propostos, que deverá ser entregue ao final da aula. Enquanto isso, os professores acompanharão os trabalhos dos grupos, e realizarão questionamentos com o intuito de compreender o pensamento dos alunos e provocá-los a pensamentos mais complexos. Será chamada a atenção ao fato de que os professores questionarão tanto resoluções incorretas quanto corretas, e não validarão respostas. Os professores também farão anotações acerca de como cada grupo está desenvolvendo seu trabalho, e irão selecionar e sequenciar as resoluções dos grupos para discussão;
- *Discussão coletiva:* os grupos selecionados pelos professores serão convidados a explicarem para a turma seu raciocínio para a resolução da tarefa ou item e, em seguida, será feita uma discussão entre toda a turma acerca da tarefa. Para isso, os professores terão fotografado a resolução do grupo com um celular e o conectarão a um notebook ligado ao projetor, de maneira que toda a turma possa visualizar a resolução do grupo para discussão. Os critérios a serem utilizados pelos professores para a seleção dos grupos podem ser:

uma resolução que apresenta um erro recorrente a esclarecer; uma resolução particular que se distingue e acrescenta compreensão e/ou ajuda a atingir o propósito matemático da aula; resoluções com diferentes estratégias matemáticas,



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



sobretudo as mais produtivas; resoluções com representações matemáticas diversas, sobretudo as mais eficazes (CANAVARRO, 2011, p. 15).

- **Sistematização das aprendizagens:** Canavarro (2011, p. 11) afirma que a perspectiva do ensino exploratório “não advoga que os alunos descubram sozinhos as ideias matemáticas que devem aprender, nem tão pouco que inventam conceitos e procedimentos ou lhes adivinham os nomes”. Assim, destaca-se o papel fundamental do professor ao sistematizar as aprendizagens que ocorrem durante a resolução da tarefa e sua discussão, que por sua vez nortearão os conhecimentos matemáticos que podem ser introduzidos ou abordados. Essa sistematização será realizada com a colaboração dos alunos, considerando as discussões anteriores. Para isso, pode-se

relacionar os conhecimentos matemáticos presentes nas resoluções dos alunos com seus conhecimentos prévios, com ideias matemáticas ou com representações formalizadas, introduzindo ou discutindo conceitos e ideias matemáticas, regras, generalizações, propriedades, entre outros, de acordo com os objetivos que delineou em relação à aprendizagem matemática dos alunos para aquela aula (CYRINO; TEIXEIRA, 2016, p. 96).

Considera-se o *inquiry*¹, a colaboração, a comunicação e a reflexão como dimensões fundamentais do EEM (PAULEK; ESTEVAM, 2017), portanto, esses são aspectos que as aulas aqui planejadas buscam incentivar. Para isso, serão utilizadas tarefas que possam desafiar e envolver os alunos ao estimular formas complexas de pensamento (CANAVARRO, 2011). Seu desenvolvimento será feito em grupos, com a intenção de que os alunos participem ativamente enquanto questionam, explicam e discutem entre si. Nesse contexto, sua aprendizagem decorre “da possibilidade de trabalharem com tarefas matemáticas ricas e de poderem partilhar com os colegas e o professor as suas ideias” (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013, p. 3), preceitos fundamentais para a aprendizagem segundo a perspectiva do EEM.

DESENVOLVIMENTO

Será proposta e desenvolvida a Tarefa 2, objetivando que os alunos entendam o significado e a origem de π (pi). Ao final, será feita a discussão e sistematização.

¹ O termo *inquiry* é geralmente traduzido para a língua portuguesa como investigação ou inquirição, termos que não correspondem adequadamente ao seu significado. Assim, optamos por mantê-lo em inglês, tomando-o, a partir das ideias de Dewey (1938), como um processo de, em situações desafiadoras, abordar o desconhecido com aquilo que é conhecido e a partir disso formular hipóteses e inferências.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



QUADRO DE AÇÕES

<i>Ações dos alunos</i>	<i>Ações do professor</i>
<ul style="list-style-type: none">Os alunos não percebem como desenhar a circunferência com o barbante.	<ul style="list-style-type: none">Questionar como normalmente eles fariam este desenho, perguntar se usariam algum instrumento para isso e se não conseguiriam reproduzir algo semelhante com o barbante.Como o barbante pode ajudar para que a circunferência fique totalmente regular?Sugerir que tentem desenhar utilizando outra ferramenta, e depois pensem como poderiam tê-lo feito com o barbante.
<ul style="list-style-type: none">Os alunos confundem comprimento com diâmetro.	<ul style="list-style-type: none">Importante relembrar a aula anterior onde o conceito de cada um foi explicado e discutido com os alunos, onde o diâmetro é a linha reta que liga dois pontos da circunferência e passa pelo centro e o comprimento é a medida que a borda do contorno da circunferência possui se esticada ou nada mais que o perímetro da circunferência.
<ul style="list-style-type: none">Os alunos percebem que cabem 3 medidas do barbante/arame mas ignoram a sobra.	<ul style="list-style-type: none">Questionar o que seria esta sobra, se no resultado final ela seria importante;Sugerir que observem todas as circunferências desenhadas se nelas existe esta sobra. Há como aproximar esta sobra de algum valor?



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



<i>Ações dos alunos</i>	<i>Ações do professor</i>
<ul style="list-style-type: none">Os alunos percebem que a sobra é aproximadamente 0,14, decimal que o número π possui.	<ul style="list-style-type: none">Questionar o que eles podem concluir com essa descoberta.Como concluir o valor do comprimento da metade da circunferência sabendo destes dados?
<ul style="list-style-type: none">Os alunos não chegam nas 3 medidas e uma sobra.	<ul style="list-style-type: none">Neste caso pode ocorrer um erro na hora de utilizar o barbante/arame, sugerir que refaçam a tarefa e observem todas as circunferências e suas medidas.

Quadro 1 – Orientações para o professor sobre a Tarefa 2 adaptado de Jakimiu e Seledes (2019)
Fonte: o autor.

Sistematização

<i>Sistematização</i>
<p>Neste momento o professor retoma as questões debatidas com os alunos na fase das discussões e a partir do que foi apresentado pelos alunos, conceitua os tópicos.</p> <p>Assim, o professor deve chamar a atenção dos alunos para quantas medidas coube na metade do comprimento da circunferência (3 medidas e uma sobra), e no caso da circunferência completa 6 medidas e uma sobra um pouco maior. Assim, o professor deve chamar a atenção para essa sobra e o que ela representa que no caso é aproximadamente 0,14, valor decimal do π e que ela aparece em todas as circunferências que foram desenhadas assim como em todas que se pode imaginar.</p> <p>O professor chama a atenção também ao fato de que o barbante, que tem a medida do raio, cabe aproximadamente π vezes no comprimento de meia circunferência, e dois π vezes no comprimento da circunferência completa.</p> <p>Assim o professor pode questionar se há outra maneira de entendermos o π para que os alunos possam analisar as possibilidades deixando em aberto para a próxima tarefa.</p>

Quadro 2 – Sistematização sobre a Tarefa 2
Fonte: Jakimiu e Seledes (2019).

Avaliação:

A avaliação é um elemento necessário e sempre presente no trabalho do professor. Através dela, os resultados obtidos ao longo do trabalho com os alunos são comparados aos



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



objetivos propostos para, dessa forma, verificar progressos e dificuldades, além de reorientar o trabalho para as correções necessárias. Essa é uma tarefa complexa, e não se resume apenas à realização de provas e atribuição de notas, mas os dados resultantes devem ser submetidos a uma análise qualitativa (LIBÂNEO, 2006).

Será utilizada a modalidade de avaliação formativa, que de acordo com Blaya (2007 *apud* OLIVEIRA; SILVA; SOUZA, 2008) é uma forma de avaliação na qual a preocupação central está em coletar dados para reorientação do processo de ensino-aprendizagem, ocorrendo de maneira contínua. Sua finalidade é proporcionar informações a respeito do desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, de modo que o professor possa realizar ajustes de acordo com as características dos alunos, a fim de orientar, apoiar, reforçar e corrigir (GIL, 2006 *apud* OLIVEIRA; SILVA; SOUZA, 2008)

Deste modo, a avaliação acontecerá durante o desenvolvimento das tarefas com o acompanhamento do trabalho coletivo e da participação de cada aluno nas discussões dentro do grupo; durante as apresentações, será avaliado como os alunos explicam suas ideias e as discussões que podem ocorrer entre grupos diferentes (questões levantadas e respostas). Por fim, os registros feitos pelos grupos serão recolhidos para análise das estratégias utilizadas e soluções encontradas.

A nota será atribuída levando em conta os seguintes critérios: a participação nas discussões durante o desenvolvimento da tarefa dentro do grupo; se a tarefa foi resolvida ou não, considerando também as estratégias utilizadas e ideias matemáticas presentes nas resoluções, mesmo que não tenha chegado à resposta; participação durante a discussão coletiva, esteja o aluno apresentando ou ouvindo.

Por fim, a partir da análise dos relatórios e discussões desenvolvidos pelos alunos, temos a avaliação somativa, que objetiva realizar um balanço geral ao final de um período de aprendizagem ao verificar se os objetivos propostos no planejamento foram alcançados (OLIVEIRA; SILVA; SOUZA, 2008).

Referências

- CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.
- CYRINO, M. C. de C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: CYRINO, M. C. de C. T. *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática*. Londrina: Eduel, 2016. cap. 4, p. 81-98.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



DEWEY, J. *Logic: The theory of inquiry*. New York: Henry Holt and Company, 1938.

LIBÂNEO, J. C. *Didática*. São Paulo: Cortez, 2006.

OLIVEIRA, A. de; SILVA, C. da; SOUZA, G. M. R. de. Avaliação: conceitos em diferentes olhares, uma experiência vivenciada no curso de pedagogia. In: EDUCERE – CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 8., 2008, Curitiba. *Anais...* Curitiba: PUCPR, 2008.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, v. 22, n. 2, p. 19-53, 2013.

PAULEK, C. M.; ESTEVAM, E. J. G. Ensino exploratório de matemática: uma discussão sobre tarefas e a dinâmica da aula. In: Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 8., 2017, Madrid. *Livro de Actas*, Andújar (Jaén): Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas. 2017. p. 412-421.

SOUZA, H. C. T. de. O ensino de geometria euclidiana plana no ensino fundamental: círculo e circunferência. In: BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G. *O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica*. Curitiba: Íthala, 2014. cap. 4, p. 94-126.