



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



## Tarefa 2 – Dona Maria a doceira

**Conteúdo:** Razão e proporção

Fonte: PASCOSKI, J. P.; PAULICHEN, T. **Estágio de regência:** plano de aula. Universidade Estadual do Paraná – Campus União da Vitória. 2019.

### TAREFA 2 – DONA MARIA A DOCEIRA

Segundo Dona Maria não existe quem não saiba ou não possa aprender a fazer um bom brigadeiro. Ela é considerada a melhor doceira da cidade de Ubatuba e está sempre cheia de encomendas para festas de aniversários. A próxima encomenda que precisa fazer é para o aniversário de 15 anos de sua neta mais nova, para essa festa foram pedidos brigadeiros suficientes para 150 convidados. Ao receber a encomenda de sua neta, a primeira coisa que ela fez foi checar a receita para fazer brigadeiros que estava em sua gaveta:

Dona Maria sabe que cada receita rende 30 brigadeiros e que para cada pessoa são feitos 7 brigadeiros.

- 1) Quantos brigadeiros Dona Maria precisa fazer?  
Como determinar esse número?
- 2) Sabendo quantos brigadeiros Dona Maria precisa fazer, qual é o número de colheres de manteiga, de latas de leite condensado e de colheres de chocolate em pó que ela vai precisar para fazer esses brigadeiros?
- 3) O que aconteceu com os ingredientes quando o número de brigadeiros aumentou? Porque isso aconteceu? No dia da festa, Dona Maria percebeu que sobraram muitos brigadeiros na mesa dos doces, depois descobriu que faltaram convidados, dos 150 só compareceram 75 pessoas.
- 4) Sabendo que foram feitos 7 brigadeiros por pessoa, quantos brigadeiros por pessoa tem na festa agora?
- 5) O que aconteceu com o número de brigadeiros (feitos) por pessoa quando a quantidade de pessoas na festa diminuiu? Porque isso aconteceu?
- 6) Se Dona Maria soubesse que teriam faltado tantas pessoas, ela teria feito mais receitas ou menos receitas de brigadeiro? Por quê?



1 colher (sopa) de manteiga  
1 lata de leite condensado  
3 colheres (sopa) chocolate em pó  
chocolate granulado

### PLANO DE AULA



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



*Duração:*

- 3h/aula

*Conteúdo:*

- Razão e proporção

*Ano de escolaridade:*

- 7º ano do Ensino Fundamental

*Objetivos:*

- Compreender e reconhecer o que são grandezas diretamente proporcionais;
- Compreender e reconhecer o que são grandezas inversamente proporcionais;
- Resolver situações-problema envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais.

*Recursos:*

Projektor Multimídia, celular, notebook (apresentação das resoluções), tarefas impressas, lousa, giz, folhas de papel, canetas, lápis e borracha.

*Metodologia*

Para a efetivação das aulas, será utilizada como perspectiva metodológica o ensino exploratório de Matemática (EEM). Tal perspectiva contrapõe-se ao modelo de transmissão de conhecimento/informação, associado a práticas expositivas e diretivas (PONTE, 2005), admitindo como dimensões fundamentais o *inquiry*, a colaboração, a comunicação e a reflexão (CYRINO; OLIVEIRA, 2016), em que a aprendizagem decorre do trabalho que os alunos realizam a partir do engajamento em tarefas desafiadoras, para as quais não possuem um método imediato de resolução (CANAVARRO, 2011).

Essa abordagem coloca os alunos no centro do processo didático, e através de ações consonantes, o professor conduz os alunos a expressarem suas ideias e (in)compreensões, instiga ao questionamento de outras ideias, e auxilia na reflexão sobre as estratégias de resolução utilizadas, em meio a uma dimensão colaborativa de aprendizagem (ESTEVAM; CYRINO; OLIVEIRA, 2017).

“O ensino exploratório da Matemática não advoga que os alunos descubrem sozinhos as ideias matemáticas que devem aprender, nem tão pouco que inventam conceitos e procedimentos ou lhes adivinham os nomes” (CANAVARRO, 2011), mas que “[...]aprendem a



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva.” (CANAVARRO, 2011). Desta maneira, os alunos tem a possibilidade de ver surgir o significado dos conhecimentos e procedimentos que eles mesmos estão desenvolvendo (CANAVARRO, 2011).

Nesse âmbito, o professor surge como mediador, ou assim como determinado por Stein et al. (2008), “aquele que orchestra”. Suas ações determinam o processo de interação das ideias, de modo a tornar o ambiente mais produtivo, em aulas que emergem, simultaneamente, a lógica individual (nas intervenções dos alunos) e a lógica coletiva (na negociação de significados partilhados) (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013).

Uma aula com perspectiva exploratória geralmente é estruturada em três ou quatro fases, as quais organizam e orientam ações do professor, tendo em conta a gestão da aula e as aprendizagens dos alunos (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013). Stein et al. (2008) propõem um modelo em três fases: “lançamento” da tarefa, “exploração” pelos alunos, e “discussão e sintetização”. No Brasil, tem-se admitido o modelo em quatro fases, o qual estrutura-se da seguinte maneira:

- i) proposição e apresentação da tarefa, apoiada na prática de propor a tarefa aos alunos;
- ii) desenvolvimento da tarefa, associada à prática de monitorar a resolução dos alunos, apoiá-los e identificar resoluções interessantes para discussão com toda a turma;
- iii) discussão coletiva da tarefa, relacionada à apresentação das resoluções selecionadas, contraposição de diferentes ideias e estratégias, bem como discussão de suas potencialidades e limitações; e
- iv) sistematização das aprendizagens, com a formalização das ideias discutidas no decorrer da aula, aproximando-as daquelas prescritas nos currículos (ESTEVAM; CYRINO; OLIVEIRA, 2017, p. 151).

Destarte, as aulas acontecerão pautadas na resolução das tarefas propostas e nas fases destacadas anteriormente, onde os alunos terão auxílio dos professores estagiários durante a resolução das tarefas, sendo as intervenções realizadas de maneira a não interromper as ideias que partem dos próprios alunos. Tais resoluções serão discutidas e sistematizadas a partir das resoluções obtidas nos grupos, levando em consideração os objetivos iniciais. Durante todas as fases da aula, será incentivada a participação dos alunos na construção do conhecimento e para que seja possível um ambiente produtivo e colaborativo, e em seguida serão entregues listas com exercícios sobre o conteúdo que fora trabalhado na aula respectiva de modo que os conhecimentos já sistematizados possam ser fixados.

As definições e conceitos que serão trabalhados durante as aulas estão presentes no livro Fundamentos de Matemática elementar 11 (IEZZI; HAZZAN; DEGENSZAJN, 2011).



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



## DESENVOLVIMENTO

### *Aula 04*

Será entregue impressa a tarefa 2 e realizada a fase de proposição da tarefa, onde a leitura ocorrerá juntamente com os alunos e serão esclarecidas possíveis dúvidas, este momento deve durar 10 minutos – 15 minutos, então após isso os alunos começarão a trabalhar na fase de desenvolvimento da tarefa até o final da aula. Os professores estagiários durante esse período auxiliarão os alunos nas possíveis dúvidas sem interferir na linha de pensamento dos grupos, incentivando-os a prosseguir o trabalho e a realizar as anotações de tudo que estão pensando/fazendo. As resoluções da tarefa 1 estão presentes abaixo.

Ao fim da aula as tarefas e relatórios serão entregues aos professores estagiários, e a tarefa terá continuidade na próxima aula.

A tarefa “Dona Maria a doceira” tem intencionalidade de trabalhar com conceitos de proporcionalidade, tanto diretamente quanto inversamente. Para isto o “item 1 e 2” da tarefa tem por objetivo que os alunos realizem cálculos de proporção, que não necessariamente precisam ser feitos através da “regra de três”, enquanto o “item 3” tem a intencionalidade de que os alunos tenham um olhar mais atento aos cálculos que realizaram e percebam que ambas as razões estão tendo um aumento (característica de grandezas diretamente proporcionais).

O “item 4” é intencionalmente colocado, para que assim como nos “itens 1 e 2” os alunos realizem o cálculo de proporcionalidade e o “item 5” surge como um complemento do “item 4” para que seja evidenciado esse olhar de que a proporcionalidade não necessariamente significa que ambas as razões irão aumentar ou diminuir, mas que isso pode ocorrer de maneira alternada e continua sendo uma proporção desde que siga um padrão.

Por fim, o “item 6” surge para que seja reconhecida a variação das grandezas diretamente proporcionais (as razões são proporcionais pois aumentam em mesma proporção, ou diminuem ambas em mesma proporção). A tarefa 2 não teve ênfase sobre a “regra de três”, pois a tarefa 3 estará destinada ao próprio algoritmo.

### *Resolução da Tarefa 2 – Dona Maria a doceira*

Segundo Dona Maria não existe quem não saiba ou não possa aprender a fazer um bom brigadeiro. Ela é considerada a melhor doceira da cidade de Ubatuba e está sempre cheia de encomendas para festas de aniversários. A próxima encomenda que precisa fazer é para o



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



aniversário de 15 anos de sua neta mais nova, para essa festa foram pedidos brigadeiros suficientes para 150 convidados. Ao receber a encomenda de sua neta, a primeira coisa que ela fez foi checar a receita para fazer brigadeiros que estava em sua gaveta:

Dona Maria sabe que cada receita rende 30 brigadeiros e que para cada pessoa são feitos 7 brigadeiros.

1) Quantos brigadeiros Dona Maria precisa fazer? Como determinar esse número?

*Dona Maria sabe que devem ser feitos 7 brigadeiros para cada pessoa, então, para descobrir quantos brigadeiros são necessários para a festa, basta multiplicar o número de brigadeiros por pessoa, com o número de convidados, ou seja:*

$$\frac{7 \text{ brigadeiros}}{\text{pessoa}} \cdot 150 \text{ pessoas} = 1050 \text{ brigadeiros}$$

2) Sabendo quantos brigadeiros Dona Maria precisa fazer, qual é o número de colheres de manteiga, de latas de leite condensado e de colheres de chocolate em pó que ela vai precisar para fazer esses brigadeiros?

*Como Dona Maria sabe quantos brigadeiros serão necessários para a festa, é fácil descobrir quantas colheres de manteiga, de chocolate em pó e latas de leite condensado serão usadas. Primeiramente é preciso descobrir quantas receitas serão necessárias para produzir 1050 brigadeiros. Para isso, divide-se o número de brigadeiros, pelo número de brigadeiros por receita:*

$$\frac{1050 \text{ brigadeiros}}{\frac{30 \text{ brigadeiros}}{\text{receita}}} = \frac{1050 \text{ brigadeiros} \cdot \text{receita}}{30 \text{ brigadeiros}} = 35 \text{ receitas}$$

*Com isso, basta multiplicar o número de receitas pela quantidade de colheres de chocolate em pó e manteiga, e pelas latas de leite condensado usadas em uma receita:*

$$\begin{aligned} 35 \text{ receitas} \cdot \frac{1 \text{ colher de manteiga}}{\text{receita}} &= 35 \text{ colheres de manteiga} \\ 35 \text{ receitas} \cdot \frac{3 \text{ colher de chocolate}}{\text{receita}} &= 105 \text{ colheres de chocolate} \\ 35 \text{ receitas} \cdot \frac{1 \text{ lata de leite condensado}}{\text{receita}} &= 35 \text{ latas} \end{aligned}$$



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



- 3) O que aconteceu com os ingredientes quando o número de brigadeiros aumentou? Porque isso aconteceu? No dia da festa, Dona Maria percebeu que sobraram muitos brigadeiros na mesa dos doces, depois descobriu que faltaram convidados, dos 150 só compareceram 75 pessoas.

*O número de ingredientes aumentou proporcionalmente. Isso acontece, pois, o número de ingredientes é diretamente proporcional ao número de brigadeiros, ou seja, quantos maior o número de brigadeiros, maior será a quantidade de ingredientes.*

- 4) Sabendo que foram feitos 7 brigadeiros por pessoa, quantos brigadeiros por pessoa tem na festa agora?

*Como foram feitos 7 brigadeiros por pessoa, foram feitos 1050 brigadeiros, porém, compareceram somente a metade dos convidados, ou seja, o número de brigadeiros por pessoa se alterou. Para descobrir quantos brigadeiros por pessoa existem nesse momento, basta realizar a razão entre os brigadeiros e os convidados que compareceram:*

$$\frac{1050 \text{ brigadeiros}}{75 \text{ pessoas}} = \frac{14 \text{ brigadeiros}}{\text{pessoa}}$$

- 5) O que aconteceu com o número de brigadeiros (feitos) por pessoa quando a quantidade de pessoas na festa diminuiu? Porque isso aconteceu?

*Como os brigadeiros já estavam preparados, o número de brigadeiros por pessoa aumentou, isso acontece, pois o número de brigadeiros por pessoa é inversamente proporcional ao número de pessoas, quanto menos pessoas forem a festa, maior será o número de brigadeiros por pessoa, e quanto mais pessoas, menor será essa quantidade.*

- 6) Se Dona Maria soubesse que teriam faltado tantas pessoas, ela teria feito mais receitas ou menos receitas de brigadeiro? Por quê?

*Menos receitas, mais precisamente a metade, já que, como faltou metade dos convidados, e o número de brigadeiros é diretamente proporcional ao número de convidados, Dona Maria deveria diminuir o número de brigadeiros.*

Sabendo que podem surgir questionamentos e dificuldades por parte dos alunos em relação a tarefa e “ao que fazer”, foi elaborado um quadro (Quadro 1) que pode apoiar as ações dos professores em algumas situações.



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



Questão	Atividade dos alunos	Atividade do professor
1	<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos não sabem como determinar o número de brigadeiros.</li><li>Os alunos começam a fazer as contas por meio de adição.</li><li>Os alunos compreendem como podem descobrir quantos brigadeiros serão necessários.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Perguntar quantos brigadeiros vão ser feitos por pessoa.</li><li>Perguntar o que eles fazem quando precisam multiplicar uma quantidade grande de objetos.</li><li>Verificar como ocorreu o pensamento deles e incentiva a anotação em relatório.</li></ul>
2	<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos não sabem como determinar a quantidade de cada ingrediente.</li><li>Os alunos conseguem calcular a quantidade de cada ingrediente.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Perguntar quantos brigadeiros podem ser feitos com uma receita, e o que se precisa fazer quando se precisam mais brigadeiros do que a receita faz.</li><li>Perguntar porque as receitas aumentaram.</li></ul>
3	<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos não conseguem perceber que o número de receitas aumentou.</li><li>Os alunos percebem que o número de receitas aumentou.</li><li>Os alunos respondem que o número de ingredientes aumentou, pois o número de brigadeiros que precisavam ser feitos é maior que os 30 brigadeiros que a receita "rende".</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Perguntar se eles sabem o que é uma receita e se para fazer todos os brigadeiros precisa de apenas uma receita.</li><li>Perguntar porque isso acontece.</li><li>Perguntar qual a relação existente entre o número de brigadeiros e o número de ingredientes.</li></ul>



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



4	<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos não conseguem entender o que acontece com o número de brigadeiros por pessoa.</li><li>Os alunos não conseguem relacionar a quantidade de brigadeiros e de pessoas.</li><li>Os alunos conseguem compreender que por cota dos convidados terem faltado, agora existem mais de 7 brigadeiros por pessoa.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Perguntar se iriam sobrar brigadeiros ou faltar brigadeiros caso cada convidado que foi a festa comesse apenas os seus 7 brigadeiros.</li><li>Perguntar quantos brigadeiros haviam, e quantas pessoas foram convidadas, depois perguntar quantos brigadeiros foram feitos e quantas pessoas foram à festa.</li><li>Perguntar qual a relação existente entre o número de brigadeiros e o número de pessoas e o que aconteceu nesse caso.</li></ul>
5	<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos não conseguem perceber que o número de brigadeiros por pessoa aumentou.</li><li>Os alunos não conseguem estabelecer uma razão na hora de dizer que a quantidade de brigadeiros por pessoa aumentou.</li><li>Os alunos conseguem verificar que o número de brigadeiros por pessoa na festa aumentou, porque o número de convidados diminuiu.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Perguntar o que aconteceu com o número de brigadeiros, ele diminuiu ou continuou o mesmo? E o número de pessoas? Quantos brigadeiros foram feitos por pessoa? E quantos tem agora?</li><li>Perguntar como realizaram o cálculo e o que fizeram para descobrir o número de brigadeiros por pessoa.</li><li>Perguntar o que podemos concluir com isso, vai ser sempre assim?</li></ul>



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



6	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Os alunos não sabem se é preciso ter mais receitas ou não.</li> <li>▪ Os alunos sabem que o número de receitas vai diminuir.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>▪ Perguntar se o número de brigadeiros aumentou ou diminuiu. Então precisa de mais ingredientes ou menos ingredientes que da última vez?</li> <li>▪ Perguntar porque o número de receitas vai diminuir.</li></ul>
---	--	---

Quadro 1 – Quadro de ações tarefa 2

Fonte: Os autores.

### *Aula 05*

Nesta aula, será devolvido aos alunos as tarefas e os relatórios iniciados na aula anterior e os alunos terão mais 20 minutos - 25 minutos para concluir as resoluções. Em seguida serão selecionados alguns grupos para a realização da discussão coletiva, as seleções irão ocorrer com base nas resoluções que forem obtidas.

Pretende-se selecionar as resoluções da seguinte maneira: para a questão 1 será selecionado apenas um grupo acaso as respostas forem padrão (cálculo por meio da multiplicação). Caso contrário, se muitos grupos resolverem de forma não esperada, serão selecionados dois grupos (uma resolução não congruente com a resposta esperada e outra com a resolução esperada), para que a partir daí seja feita a discussão.

As questões 2 e 3 serão discutidas por um mesmo grupo, os critérios de seleção serão determinados de acordo com as resoluções que forem obtidas, primeiramente resoluções aritméticas e então resoluções com aspectos algébricos.

A questão 4 será discutida primeiramente por resoluções (se surgirem) aritméticas e por resoluções que envolvem aspectos algébricos.

Por fim, as questões 5 e 6 serão discutidas por um mesmo grupo, será selecionado apenas um grupo acaso as respostas forem padrão. Caso contrário, se muitos grupos resolverem de distintas formas será selecionada mais de uma resolução para ser realizada a discussão.

A fase de discussão deve se estender até o final da aula 20 minutos – 25 minutos, as tarefas e relatórios serão recolhidos pelos professores estagiários e a fase de sistematização ocorrerá na aula seguinte.

### *Aula 06*



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



A aula terá início com a sistematização da tarefa 2, na qual serão formalizados alguns conceitos (Quadro 2), sendo esta formalização e estes conceitos interligados com as resoluções discutidas anteriormente. Nesta fase, o professor deixa claro a intencionalidade da tarefa, a diferença entre grandezas e unidades de medida, o que é algo proporcional e o que não é, e conceitua tais tópicos.

#### Sistematização Tarefa 2

Neste momento o professor retoma as questões debatidas com os alunos na fase das discussões. O professor deve chamar atenção ao que aconteceu com as quantidades de brigadeiros, de ingredientes e de receitas quando foi estipulado o número de pessoas e de brigadeiros por receita. Por que isso aconteceu? Lembrando da tarefa 1, é possível escrever uma razão com as informações obtidas? Como? E isso é uma proporção? Por que? E o que acontece com a questão 6? Também é possível descrever uma razão? E uma proporção? Está acontecendo a mesma coisa no item 6 e nos itens 1,2 e 3? Tem diferença? Qual é a diferença?

Nesse momento, o professor traz o conceito de grandezas diretamente proporcionais, onde ambas as razões crescem ou decrescem em uma mesma proporção.

Após isso, as questões 4 e 5 entram como confronto as discutidas anteriormente, O que aconteceu com o número de brigadeiros quando a quantidade de pessoas na festa diminuiu?

Por que isso aconteceu? Está acontecendo a mesma coisa que aconteceu nas outras questões?

Há uma proporção? Por que não podemos dizer que é a mesma coisa?

Após isso, o professor traz o conceito de grandezas inversamente proporcionais, onde as razões São inversas, enquanto uma cresce a outra decresce.

Quadro 2 – Quadro de sistematização da tarefa 2

Fonte: Os autores.

A sistematização realizada será entregue ao final da aula de maneira impressa. Estarão presentes nela, os conceitos e as ideias apresentadas, para que os alunos anexem em seus cadernos. Espera-se que ao concluir a sistematização da tarefa 2, tenha-se passado 20 minutos - 25 minutos.

#### Referências



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



---

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, v. 115, p. 11-17, 2011.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Ensino exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, M. C. C. T. (Ed.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas*. Londrina: EDUEL, 2016. p. 19-32.

ESTEVAM, E. J. G.; CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M. Análise de vídeos de aula na promoção de reflexões sobre o ensino exploratório de Estatística em uma comunidade de professores. *Quadrante*, v. 26, n. 1, p.145-169, 2017.

IEZZI, G.; HAZZAN, S; DEGENSZAJN, D. *Fundamentos de Matemática Elementar*. 1. Atual Editora, 2011.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: contributos da prática de uma professora do 3.o ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, n. 22, v. 2, p. 19-53, 2013.

PONTE, J. P. Gestão Curricular em matemática. In: GTI (Ed.). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática, 2005. p. 11-34.

STEIN, M. K.; ENGLE, R. A.; SMITH, M. S.; HUGHES, E. K. Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.