



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Tarefa 1 – Classificando dados

Conteúdo: Estatística (variáveis quantitativas – contínuas e discretas – e variáveis qualitativas – ordinais e nominais)

Fonte: BORUCH, I. G. de S. **Planejamento das atividades do estágio de regência**. Universidade Estadual do Paraná, União da Vitória. 2017.

TAREFA 1 – CLASSIFICANDO DADOS

O que é variável? Variável é a característica que está sendo avaliada na amostra ou população pesquisada. Como o nome diz, seus valores variam de elemento para elemento.

- 1) Para cada variável abaixo, determine ao menos 3 valores que essas variáveis podem assumir.
 - a) Cor dos olhos:
 - b) Nível de instrução:
 - c) Número do sapato:
 - d) Quantidade de filhos:
 - e) Local de estudo:
 - f) Nota em uma prova:
 - g) Local de nascimento:
 - h) Quantidade de litros de água consumidos:
 - i) Dia da semana:
 - j) Quantidade de irmãos:
 - k) Renda mensal:
 - l) Mês de aniversário:
- 2) Com base nos valores que as variáveis podem assumir, *classifique as variáveis* da primeira questão em pelo menos dois e no máximo quatro grupos. As variáveis que estejam em um mesmo grupo devem possuir alguma característica semelhante e nenhuma delas pode estar em dois grupos distintos. Além disso, estes grupos devem contemplar todas as variáveis em questão.
- 3) Como você realizou a classificação na questão 2? Quais critérios você utilizou para realizá-la?

PLANO DE AULA



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Duração:

- 3h/aula

Ano de escolaridade:

- 1º ano do Ensino Médio

Objetivo:

- Diferenciar variáveis qualitativas e variáveis quantitativas.

Objetivos específicos:

- Diferenciar as variáveis quantitativas das variáveis qualitativas;
- Diferenciar variáveis quantitativas contínuas e discretas e variáveis qualitativas ordinais e nominais.

Metodologia

Ao analisar a perspectiva habitual de ensino de Estatística pode-se observar a crença de que ensinar estatística resume-se a ensinar técnicas de construção de gráficos e tabelas, bem como os algoritmos para o cálculo das medidas de tendência central (ESTEVAM, 2014). Entretanto, segundo Quintas, Oliveira e Ferreira (2011), ao realizar o ensino da Estatística se deveria dar maior ênfase aos dados e aos conceitos estatísticos, bem como ao desenvolvimento dos aspectos básicos do pensamento estatístico. As autoras também destacam que:

Em vez de ser praticado um conjunto de capacidades e procedimentos desconectados, deve atender-se à especificidade da Estatística, envolvendo os alunos em actividades que promovam o desenvolvimento do raciocínio e do pensamento estatístico, as capacidades de comunicação e o espírito crítico (QUINTAS; OLIVEIRA; FERREIRA, 2011, p. 40).

Cyrino e Oliveira (2016) também afirmam que para o efetivo desenvolvimento intelectual dos educandos se faz necessário o engajamento dos alunos e professor em tarefas nas quais consigam desenvolver seu raciocínio lógico, comunicação e espírito crítico. Além disso, as autoras afirmam que:

O processo de ensino e aprendizagem deve ser encarado como um processo de inquirição que é construído conjuntamente pelo professor e alunos de forma dialógica. O ensino deve assim colocar a ênfase no aluno e nas condições que favoreçam participar na atividade de inquirição, colaborativa e individualmente. Nessa perspectiva, aquilo que aprendemos é o que fazemos (CYRINO; OLIVEIRA, 2016, p. 23).



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Wells (2004) discorre sobre implicações para o ensino, das quais Cyrino e Oliveira (2016) destacam: 1) para a construção do conhecimento é necessária a utilização de problemas e questões que sejam significativas para os alunos, favorecendo sua compreensão; 2) a autonomia individual, a capacidade para ação e a colaboração devem ser estimulados e desenvolvidos; 3) o modo de conhecer apenas pode ser construído a partir de experiências anteriores, ao lidar com problemas que surgem no decurso de atividades práticas específicas; 4) a linguagem tem um papel central, uma vez que medeia o conhecimento, encarado como um processo de atribuição de conhecimento, e é o principal meio da atividade de ensino e aprendizagem. Dessa forma, o ensino exploratório de Matemática mostra-se como alternativa metodológica importante para a efetivação do processo de ensino e aprendizagem, uma vez que em tal metodologia busca-se trazer o aluno para o centro da atividade matemática da sala de aula por meio da realização de tarefas matemáticas significativas e desafiadoras, as quais geralmente introduzem novos conteúdos utilizando-se dos conhecimentos já estabelecidos pelos alunos anteriormente.

Segundo Canavarro, Oliveira e Menezes (2012), uma aula exploratória geralmente é estruturada em quatro fases: introdução da tarefa, exploração da tarefa, discussão da tarefa e sistematização das principais aprendizagens. Na fase de introdução, o professor apresenta uma tarefa matemática à turma, a qual pode ser, por exemplo, um problema ou investigação, exigindo interpretação por parte dos alunos. É papel do professor assegurar, em poucos minutos, que os alunos entendam o que se espera que façam e que se sintam desafiados a trabalhar na tarefa. O professor também é incumbido de organizar o desenvolvimento do trabalho pela turma, estabelecendo o tempo a dedicar às diferentes fases, gerindo os recursos a usar e definindo os modos de trabalho dos alunos (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012).

Na fase de exploração os alunos realizam a tarefa em duplas ou pequenos grupos e o professor deve garantir o desenvolvimento da mesma, contudo, tomando cuidado para não comprometer a autonomia dos alunos e sem diminuir o desafio cognitivo da tarefa, bem como não uniformizar as estratégias de resolução. O professor precisa também garantir que os alunos se preparem para apresentar o seu trabalho à turma toda e que produzam materiais adequados em tempo útil para a fase de discussão (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012; CYRINO; OLIVEIRA, 2016). Em seguida, o professor seleciona algumas resoluções feitas pelos alunos para discuti-las com a turma.

Após a fase de exploração, o professor inicia a próxima fase, cujo foco será a discussão da tarefa e as resoluções selecionadas anteriormente. Nessa fase o professor "(...) tem de orquestrar a discussão, não apenas gerindo as intervenções e interações dos diferentes alunos, mas também promovendo a qualidade matemática das suas explicações e argumentações" (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, p. 257). É importante também que



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



o professor mantenha um ambiente apropriado à apresentação e discussão das ideias matemáticas dos alunos.

A última fase do processo é a sistematização, fase que é mais centrada no professor e em que se busca formalizar os conteúdos e ideias que derivam da resolução da tarefa. Nessa fase podem surgir novos conceitos ou serem revistos e sintetizados outros conceitos e procedimentos já conhecidos pelos alunos, além de se estabelecer conexões entre o conteúdo abordado pela tarefa e outros tópicos e conteúdos matemáticos (CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

Considerando a relevância do exposto, para realização do estágio de regência optou-se por utilizar a metodologia de ensino exploratório, uma vez que se pretende priorizar a qualidade do acesso ao conhecimento por parte dos alunos, bem como discutir aspectos conceituais acerca do conteúdo, e como trata Vygotsky (1986), um dos fatores principais para que se efetive o processo de ensino e aprendizagem é a comunicação e a linguagem. Dessa forma, o aluno como o protagonista do seu conhecimento poderá identificar os conceitos de cada tarefa primeiramente na sua linguagem, na sua forma particular de compreensão, cabendo ao momento de sistematização a abordagem científica e generalizada do conhecimento. Isso inverte o processo de transposição do científico para o didático para o processo da generalização pelo científico, a partir da compreensão particular de cada aluno. Sendo assim, serão propostas tarefas aos alunos, as quais serão realizadas em pequenos grupos, por meio das quais se buscará introduzir, discutir e sistematizar conteúdos relacionados a medidas de tendência central.

DESENVOLVIMENTO

Todo o desenvolvimento deste plano será particionado conforme as aulas em que se pretende desenvolver as tarefas. Em cada descrição de aula estarão presentes os recursos necessários, a forma que se pretende desenvolvê-la e os materiais que serão entregues aos alunos. No presente plano apresentam-se ainda possíveis questionamentos que podem ser feitos aos alunos com intuito de verificar se de fato a aprendizagem está ocorrendo, bem como possibilidade de sanar possíveis dúvidas. No decorrer das aulas é possível que esses questionamentos sejam alterados (acrescentados outros ou substituídos), caso se verifique a necessidade.

Aulas 1 e 2



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Será proposta a realização da tarefa 1, com a qual se pretende diferenciar as variáveis quantitativas das variáveis qualitativas, bem como diferenciar variáveis quantitativas contínuas e discretas e variáveis qualitativas ordinais e nominais.

Para o desenvolvimento da tarefa os alunos serão divididos em duplas. Cada dupla receberá uma tarefa e o tempo disponível para a exploração da tarefa será de 80 minutos (restante da aula). Ao fim da aula as tarefas serão recolhidas e redistribuídas na aula seguinte.

A primeira questão da tarefa apresenta doze variáveis e pretende-se que os alunos identifiquem possíveis valores que cada uma delas pode assumir. Durante o desenvolvimento da questão é possível que os alunos questionem o fato de que nem todas as variáveis possuem um número associado, não permitindo a conclusão da tarefa (isso ocorreria quando se considera valor com apenas significado numérico). Caso isso ocorra, os alunos serão questionados sobre o significado do termo valor, buscando iniciar uma discussão que leve os alunos a concluir que um valor pode ou não ser numérico.

Com a segunda questão almeja-se principalmente que os alunos observem que existem variáveis que possuem valores numéricos e outras que possuem valores não numéricos. Assim, poderíamos classificá-las em dois grupos, observando tal critério. Caso os alunos não consigam observar semelhanças entre as variáveis, serão lançados questionamentos com intuito de orientar a realização da tarefa, tais como: i) Existe alguma característica semelhante entre algumas dessas variáveis? ii) Observe os valores dessas variáveis. É possível encontrar semelhança entre eles?

A questão 2 permite ainda que os alunos classifiquem as variáveis em mais de um grupo. Assim, espera-se que, observando variáveis, os alunos consigam observar as diferenças entre variáveis quantitativas (numéricas) discretas e contínuas e variáveis qualitativas nominais e ordinais.

Ainda na segunda questão é possível que os alunos separem em grupos os valores atribuídos às variáveis. Caso isso ocorra, será chamada a atenção ao enunciado da tarefa, o qual solicita explicitamente a classificação das variáveis. Também será discutida a diferença entre o significado de valor e variável.

A terceira questão tem por objetivo permitir aos alunos explicar como realizaram a classificação na questão anterior, exigindo que determinem explicitamente o critério utilizado para tal classificação.

Resolução da tarefa:



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



- 1) Para cada variável abaixo, determine ao menos 3 valores que essas variáveis podem assumir.
 - a) Cor dos olhos: *Verde, azul, preto, castanho.*
 - b) Nível de instrução: *Ensino Fundamental completo, Ensino Médio completo, Ensino Superior completo. Há a possibilidade de os alunos não conhecerem o significado do termo. Caso isso ocorra, cabe ao professor explicar aos alunos seu significado.*
 - c) Número do sapato: *35, 36, 37, etc.*
 - d) Quantidade de filhos: *0, 1, 2, etc.*
 - e) Local de estudo: *Colégio Túlio de França, Unespar (Instituições de Ensino). Os alunos podem também interpretar como sendo o local onde costumam estudar: sala de aula, quarto de casa, etc.*
 - f) Nota em uma prova: *Valores em um intervalo de 0 até 10.*
 - g) Local de nascimento: *Os alunos podem interpretar como a cidade de nascimento ou hospital/maternidade.*
 - h) Quantidade de litros de água consumidos: *1 litro, 1,5 litros, etc.*
 - i) Dia da semana: *Domingo, segunda, etc.*
 - j) Quantidade de irmãos: *0, 1, 2, etc.*
 - k) Renda mensal: *R\$1000,00, R\$1300,00, etc. Há a possibilidade de os alunos não conhecerem o significado do termo. Caso isso ocorra, cabe ao professor explicar aos alunos seu significado.*
 - l) *Mês de aniversário: Janeiro, fevereiro, etc.*

- 2) Com base nos valores que as variáveis podem assumir, *classifique as variáveis* da primeira questão em pelo menos dois e no máximo quatro grupos. As variáveis que estejam em um mesmo grupo devem possuir alguma característica semelhante e nenhuma delas pode estar em dois grupos distintos. Além disso, estes grupos devem contemplar todas as variáveis em questão.
 - 1- *Agrupamento dos valores de cada variável. Caso ocorra, cabe ao professor retomar a questão, diferenciando variável e valor.*
 - 2- *Agrupamento por valor da variável (numérico ou não numérico). Neste caso emergiriam as classificações de variável quantitativa e variável qualitativa.*
 - 3- *Caraterística física (cor dos olhos, número do sapato), Características históricas e pessoais (quantidade de filhos, local de nascimento, mês de aniversário, quantidade de irmãos), Características de desenvolvimento pessoal e social (nota em uma prova, renda, nível de instrução), Locais (de nascimento, de estudo). Contudo, duas variáveis (quantidade de litros de água consumidos e posição em uma corrida) não possuem classificação. Assim,*



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



caberia ao professor questionar os alunos como seria possível reagrupar as variáveis e, caso necessário, indicar aos alunos avaliar os valores que cada variável pode assumir.

3) Como você realizou a classificação na questão 2? Quais critérios você utilizou para realizá-la?

Na presente questão espera-se que os alunos descrevam como realizaram a questão 2). Assim, espera-se que sua resposta esteja de acordo com a classificação construída na referida questão. Caso não ocorra, cabe ao professor questionar os alunos se a resposta dada na questão representa a classificação construída na questão 2).

Aula 3

No início da terceira aula ocorrerá a discussão da tarefa realizada nas aulas anteriores. Inicialmente serão redistribuídas as tarefas realizadas nas aulas anteriores e dados cerca de 5 minutos para que os alunos relembrem como realizaram cada questão. Em seguida será requisitado que representantes de dois ou três grupos vão até o quadro para resolver a tarefa e explicar seu raciocínio. A escolha dos grupos para apresentação se dará por critérios como diferenças nos raciocínios utilizados nas resoluções, o potencial de discussão envolvido e o nível de complexidade da resolução.

Após as resoluções e explicações de cada grupo, o professor fará comentários sobre as resoluções, permitindo e incentivando a participação dos alunos, de modo a realizar uma reflexão sobre as questões e respectivas resoluções, permitindo tirar conclusões acerca das mesmas.

Por fim, se dará a sistematização do conteúdo. Tal sistematização tomará como base as resoluções dos alunos, bem como as discussões realizadas durante as aulas, de modo a formalizar as definições de *variáveis quantitativas (discretas e contínuas)* e *variáveis qualitativas (nominais e ordinais)*. No momento da sistematização serão lançados questionamentos com caráter desafiador aos alunos, com intuito de avaliar se de fato a aprendizagem está ocorrendo. Um exemplo de questão seria determinar se a variável *posição em uma corrida* é qualitativa nominal, qualitativa ordinal, quantitativa discreta ou quantitativa contínua.

O quadro abaixo apresenta os conteúdos que se pretende sistematizar, incluindo as possíveis definições/explicações a serem passadas no quadro. Cabe ressaltar que de acordo com o desenvolvimento da tarefa novos conteúdos podem emergir e, conseqüentemente, serem sistematizados.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



<i>Conteúdo</i>	<i>Definição/explicação</i>
Variável	É a característica que está sendo avaliada na pesquisa. Como o nome diz, seus valores variam de elemento para elemento. As variáveis podem ter valores numéricos ou não numéricos.
População	Público alvo de uma pesquisa a ser realizada.
Amostra	Parte da população que se vai analisar. A amostra deve manter as mesmas características da população.
Variáveis quantitativas	São variáveis que podem ser descritas por números, sendo estas classificadas entre contínuas e discretas.
Variáveis quantitativas discretas	Variável avaliada em números que são resultados de contagens, ou seja, representados por números inteiros. Exemplos: número de filhos, número de bactérias por litro de leite, número de cigarros fumados por dia.
Variáveis quantitativas contínuas	Variável avaliada em números que são resultados de medições e, por isso, podem assumir valores com casas decimais Exemplos: massa, altura, tempo, pressão arterial, idade.
Variáveis qualitativas	Variáveis que não podem ser descritas por um número, mas são definidas por categorias, ou seja, representam uma classificação dos indivíduos. Podem ser nominais ou ordinais.
Variáveis qualitativas nominais	Não existe ordenação dentre as categorias. Exemplos: sexo, cor dos olhos, fumante/não fumante, doente/sadio.
Variáveis qualitativas ordinais	Existe uma ordenação entre as categorias. Exemplos: escolaridade (Ensino Fundamental, Ensino Médio, etc.), mês de nascimento (janeiro, fevereiro, ..., dezembro).

Quadro 1 – Sistematização da tarefa 1

Fonte: O autor.

Espera-se que os dois momentos citados anteriormente (discussão e sistematização da tarefa 1) ocorram em cerca de 45 minutos.

Avaliação

A metodologia de Ensino Exploratório que será utilizada durante as aulas visa proporcionar ao aluno explorar novos conhecimentos por meio da realização de tarefas matemáticas significativas, utilizando-se dos conhecimentos já estabelecidos por ele



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



anteriormente. Logo, esta metodologia não fará com que o aluno esteja subjulgado somente à necessidade da interlocução de um professor para adquirir um conhecimento. Em outras palavras, com as tarefas que serão propostas busca-se possibilitar ao aluno adquirir o conhecimento sobre conceitos estatísticos no âmbito da sua subjetividade e, após ele ter acesso a esse “a ser conhecido”, como trata Heidegger (1995), cabe ao professor sistematizar o que de fato a tarefa propõe de novos conhecimentos, ao ponto que pode proporcionar neste momento discussões sobre assunto e dando oportunidade ao aluno institucionalizar o conhecimento adquirido (PAIS, 2001), com o intermédio do professor. Disso, é necessário avaliar o que o aluno está aprendendo na forma que ele explorou e interpretou a tarefa, verificando se de fato o conhecimento foi adquirido, ou como tratam Basniak e Estevam (2014):

[...] a avaliação não é algo que ocorre somente ao final do processo, como se fosse uma etapa a ser cumprida. Ao contrário, deve acompanhar todo o processo de ensino e aprendizagem, considerando os erros dos alunos como importantes para os encaminhamentos das próximas tarefas a serem realizadas (p. 31).

Com isso, verifica-se que a avaliação contínua pode expressar aquilo que se buscará na realização do estágio de regência: identificar se nesse processo de ensino-aprendizagem, o educando adquiriu conhecimentos em relação ao conteúdo desenvolvido, avaliando o envolvimento do aluno durante as aulas, e não somente no fechamento dos conteúdos.

Paulo e Santos (2011) afirmam que, ao avaliar o aprendizado de um aluno, se avalia aquilo que o aluno conseguiu expressar sobre o conteúdo, muitas vezes baseado numa comparação com aquilo que se pretendia ensinar. Verificando esta ideia consonante com o Ensino Exploratório, serão elaboradas questões que norteiem, indaguem e desenvolvam o pensamento do aluno sobre a tarefa, pretendendo que o aluno se envolva e discorra sobre aquilo que compreendeu naquela aula. Assim, o principal foco das avaliações será com base nas resoluções e justificativas dos alunos sobre as questões presentes nas tarefas aplicadas.

O envolvimento dos alunos em sala de aula, tanto durante o desenvolvimento das tarefas quanto no momento da sistematização, também será levado em conta para a determinação das notas dos alunos relacionadas ao desenvolvimento das tarefas. Assim, determina-se um peso de 8 para as questões que os alunos responderão e 2 para o envolvimento em classe para as notas das tarefas.

Referências

BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G (Org.). *O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica*. Curitiba: Ithala, 2014.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



CANAVARRO, A.; OLIVEIRA H.; MENEZES, L.; Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática, 2012. Castelo de Vide. *Actas...* Portalegre: SPIEM, 2012, p. 255-266.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M.; Ensino Exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, M. C. C. T. (Org.). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática*. Londrina: Eduel, 2016.

ESTEVAM, E. J. G.; Estatística na Educação Básica: Reflexões sobre alguns pressupostos. In: BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G (Org.). *O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica*. Curitiba: Ithala, 2014.

HEIDEGGER, M. *Ser e tempo*. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 1995.

PAIS, L. C. Momentos pedagógicos e as situações didáticas. In: _____. *Didática da Matemática: Uma análise francesa*. Autêntica, 2001. p. 65-75.

PAULO, R. M.; SANTOS, J. C. A. P. Avaliação em Matemática: uma leitura de concepções e análise do vivido na sala de aula. *Ciência & Educação*, v. 17, n. 1, p. 183-197, Bauru: SP, 2011.

QUINTAS, S. M. O.; OLIVEIRA, H. M. A. P.; FERREIRA, R. A. O. F T.; O conhecimento didático em Estatística: Um estudo exploratório com professores de Matemática no Ensino Secundário. *Nuances: estudos sobre Educação*, Presidente Prudente, SP, v. 18, n. 19, p. 36-51, jan./abr. 2011.

WELLS, G. *Dialogic inquiry: Towards a Sócio-cultural Practice and Theory of Education*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.