



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



## Tarefa 1

**Conteúdo:** Círculo e circunferência

Fonte: JAKIMIU, M. G.; SELEDES, M. **Plano de aula**. Universidade Estadual do Paraná – Campus União da Vitória. 2019.

### TAREFA 1

- 1) Posicionem um dos objetos que trouxeram sobre uma folha e desenhem seu contorno. Como vocês podem encontrar o ponto que está no centro do desenho? Marquem esse ponto.
- 2) Marquem dois pontos em lugares diferentes sobre o contorno desenhado. Meçam a distância de cada um desses pontos até o ponto central e comparem essas medidas. O que vocês podem concluir?
- 3) Em outra folha, marquem um ponto em um lugar qualquer. A seguir, marquem 10 pontos diferentes que estejam à mesma distância do ponto inicial que vocês mediram no item anterior. O que aconteceria se vocês marcassem 1000 pontos dessa maneira?
- 4) Retornem ao primeiro desenho e pintem seu interior. Em seguida, no segundo desenho, desenhem segmentos de reta que liguem o ponto central a cada um dos 10 pontos marcados. O que aconteceria se vocês desenhassem segmentos de retas que ligassem o ponto central aos supostos 1000 pontos do item anterior?
- 5) Qual a diferença entre marcar 1000 pontos que estão à mesma distância de um ponto central e desenhar 1000 segmentos de reta entre esses pontos e o ponto central?

### PLANO DE AULA

*Duração:*

- 2h/aula

*Conteúdo:*

- Círculo e circunferência

*Ano de escolaridade:*

- 8º ano do Ensino Fundamental



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



---

#### Objetivos:

- Compreender o conceito de circunferência e círculo e identificar seus elementos;
- Diferenciar, identificar e construir circunferência e círculo.

#### Recursos:

Lousa e giz, caderno e caneta para anotações durante a aula, tarefas impressas a serem entregues aos alunos, celular, notebook e projetor a fim de fotografar e exibir para a turma as resoluções dos grupos para discussão, *tablets* para utilização do software GeoGebra, régua, barbantes, arames encapados e objetos com formato circular (tampas, latas, copos, etc.) para serem utilizados pelos alunos durante a realização das tarefas.

#### Metodologia

As aulas serão baseadas na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática – EEM, sendo organizadas em quatro fases orientadas pelas ações a serem conduzidas pelo professor, como descritas por Cyrino e Teixeira (2016):

- *Proposição da tarefa:* a tarefa será apresentada e eventuais dúvidas sobre seu funcionamento esclarecidas;
- *Desenvolvimento da tarefa:* os alunos irão se reunir em grupos para desenvolver a tarefa e elaborar um relatório, contendo seu raciocínio e resolução dos itens propostos, que deverá ser entregue ao final da aula. Enquanto isso, os professores acompanharão os trabalhos dos grupos, e realizarão questionamentos com o intuito de compreender o pensamento dos alunos e provocá-los a pensamentos mais complexos. Será chamada a atenção ao fato de que os professores questionarão tanto resoluções incorretas quanto corretas, e não validarão respostas. Os professores também farão anotações acerca de como cada grupo está desenvolvendo seu trabalho, e irão selecionar e sequenciar as resoluções dos grupos para discussão;
- *Discussão coletiva:* os grupos selecionados pelos professores serão convidados a explicarem para a turma seu raciocínio para a resolução da tarefa ou item e, em seguida, será feita uma discussão entre toda a turma acerca da tarefa. Para isso, os professores terão fotografado a resolução do grupo com um celular e o conectarão a um notebook ligado ao projetor, de maneira que toda a turma possa visualizar a resolução do grupo para discussão. Os critérios a serem utilizados pelos professores para a seleção dos grupos podem ser:

uma resolução que apresenta um erro recorrente a esclarecer; uma resolução particular que se distingue e acrescenta compreensão e/ou ajuda a atingir o propósito matemático da aula; resoluções com diferentes estratégias matemáticas,



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



sobretudo as mais produtivas; resoluções com representações matemáticas diversas, sobretudo as mais eficazes (CANAVARRO, 2011, p. 15).

- **Sistematização das aprendizagens:** Canavarro (2011, p. 11) afirma que a perspectiva do ensino exploratório “não advoga que os alunos descubram sozinhos as ideias matemáticas que devem aprender, nem tão pouco que inventam conceitos e procedimentos ou lhes adivinham os nomes”. Assim, destaca-se o papel fundamental do professor ao sistematizar as aprendizagens que ocorrem durante a resolução da tarefa e sua discussão, que por sua vez nortearão os conhecimentos matemáticos que podem ser introduzidos ou abordados. Essa sistematização será realizada com a colaboração dos alunos, considerando as discussões anteriores. Para isso, pode-se

relacionar os conhecimentos matemáticos presentes nas resoluções dos alunos com seus conhecimentos prévios, com ideias matemáticas ou com representações formalizadas, introduzindo ou discutindo conceitos e ideias matemáticas, regras, generalizações, propriedades, entre outros, de acordo com os objetivos que delineou em relação à aprendizagem matemática dos alunos para aquela aula (CYRINO; TEIXEIRA, 2016, p. 96).

Considera-se o *inquiry*<sup>1</sup>, a colaboração, a comunicação e a reflexão como dimensões fundamentais do EEM (PAULEK; ESTEVAM, 2017), portanto, esses são aspectos que as aulas aqui planejadas buscam incentivar. Para isso, serão utilizadas tarefas que possam desafiar e envolver os alunos ao estimular formas complexas de pensamento (CANAVARRO, 2011). Seu desenvolvimento será feito em grupos, com a intenção de que os alunos participem ativamente enquanto questionam, explicam e discutem entre si. Nesse contexto, sua aprendizagem decorre “da possibilidade de trabalharem com tarefas matemáticas ricas e de poderem partilhar com os colegas e o professor as suas ideias” (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013, p. 3), preceitos fundamentais para a aprendizagem segundo a perspectiva do EEM.

## DESENVOLVIMENTO

Inicialmente os professores apresentarão a metodologia adotada e como se darão as fases da aula. Será informado aos alunos que ao longo das aulas, serão propostas tarefas a

<sup>1</sup> O termo *inquiry* é geralmente traduzido para a língua portuguesa como investigação ou inquirição, termos que não correspondem adequadamente ao seu significado. Assim, optamos por mantê-lo em inglês, tomando-o, a partir das ideias de Dewey (1938), como um processo de, em situações desafiadoras, abordar o desconhecido com aquilo que é conhecido e a partir disso formular hipóteses e inferências.



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



serem desenvolvidas em grupo. Para cada tarefa, deverá ser desenvolvido um relatório para ser entregue aos professores, e alguns grupos serão selecionados para apresentarem suas ideias e resolução à turma para, em seguida, ser realizada a discussão coletiva. Por fim, será feita uma sistematização das aprendizagens e então proposta uma nova tarefa. Os professores recomendarão que os alunos anotem as ideias mobilizadas durante todas as fases de cada tarefa.

Por fim, será proposta e desenvolvida a Tarefa 1, com o objetivo de que os alunos compreendam o conceito de círculo e circunferência, identifiquem seus elementos, diferenciem, identifiquem e construam circunferência e círculo. Seu respectivo relatório será recolhido ao final da aula pelos professores. Os alunos serão instruídos a levar a maior quantidade e variedade possível de objetos com formato circular, os quais possam posicionar sobre um papel e desenhar seu contorno (Ex.: copos, latas, tampas, etc.). Eles também podem trocar com os colegas durante a tarefa. Ao final, será feita a discussão e sistematização.

#### QUADRO DE AÇÕES

A seguir foi elaborado um quadro com possíveis ações dos alunos e do professor durante o desenvolvimento da tarefa, e quadros similares estarão presentes a cada tarefa ao longo do plano.

<i>Ações dos alunos</i>	<i>Ações do professor</i>
<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos não sabem como encontrar o ponto que está no centro da circunferência.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Descobrir de que maneira tentaram fazê-lo;</li><li>Sugerir que podem manipular (dobrar) a folha ou utilizar outros materiais (régua, tesoura).</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos não desenham o contorno no centro da folha e quando optam por dobrar a folha não encontram o centro da circunferência.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Questionar se neste caso há outra forma que não seja dobrando a folha para encontrar o centro;</li><li>Caso os alunos não consigam ter ideia, questionar o que está acontecendo quando dobram a folha e o centro dela</li></ul>



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



<i>Ações dos alunos</i>	<i>Ações do professor</i>
	não coincide com o da circunferência. Há alguma forma de resolver isso?
<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos usam aproximação para encontrar o ponto central da circunferência.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Questionar como podem ter certeza se esse é realmente o centro;</li><li>Questionar se há outras maneiras de encontrar o centro;</li><li>Pedir para que tentem fazer de outra forma e comparar com a aproximação.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos percebem que a medida de cada ponto até o centro é o mesmo.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Questionar se isto sempre acontece e por que. Pedir para que desenhem outra circunferência diferente da inicial para observarem quais mudanças ocorrem.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos chegam em medidas diferentes dos dois pontos ao centro.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Pedir para que expliquem como chegaram ao ponto central e que verifiquem se este ponto é realmente o centro da circunferência. Caso não consigam compreender, pedir para que façam outro desenho com circunferência de tamanho diferente.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos não percebem a formação da circunferência a partir do aumento da quantidade de pontos.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Pedir para que marquem a maior quantidade de pontos possíveis e comparem quando havia dois ou três pontos. O que está formando?</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos percebem que quanto mais pontos mais próximos estão da formação do desenho da circunferência.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Questionar o que acontece com o desenho quando muda-se a medida de marcação dos pontos.</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos percebem que quanto mais pontos ligam ao centro da circunferência mais próxima está de ser preenchida.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Questionar se há diferença entre o que foi feito anteriormente (item 3) com o que está sendo feito agora. Pedir para que expliquem quais são essas diferenças (item 5).</li></ul>



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



<i>Ações dos alunos</i>	<i>Ações do professor</i>
<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos não percebem que quanto mais pontos eles liguem mais próximos de preencher o círculo estão.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Sugerir que façam o máximo de ligações possíveis entre centro e pontos em uma região da circunferência e questionar o que ocorre com o desenho conforme aumentam as linhas traçadas;</li><li>Em seguida, questionar o que ocorre com a região em que foram traçadas as linhas e a região que não foi.</li></ul>

Quadro 1 – Orientações para o professor sobre a Tarefa 1

Fonte: os autores.

### *Sistematização*

Na sistematização, apresentaremos a definição de circunferência como “o conjunto de pontos de um plano que estão a uma dada distância constante de um ponto fixo do plano” (IEZZI; DOLCE; MACHADO, 2009, p. 303 *apud* SOUZA, 2014, p. 97), e a definição de círculo como “a reunião da circunferência com o conjunto dos seus pontos internos” (IEZZI; DOLCE; MACHADO, 2009, p. 30 *apud* SOUZA, 2014, p. 119).

<i>Sistematização</i>
<p>Neste momento o professor retoma as questões debatidas com os alunos na fase das discussões e a partir do que foi apresentado pelos alunos, conceitua os tópicos. Assim, o professor deve deixar claro o que foi feito na tarefa e onde ele queria chegar com cada questão. Deixar claro a diferença entre circunferência e círculo, sendo a circunferência o contorno ou a linha que delimita, ou ainda a junção de todos os pontos que possuem uma mesma distância de um ponto central, e o círculo a região que preenche o interior de uma circunferência ou, como no item 4, o somatório de todas as linhas traçadas do ponto marcado na circunferência ao centro. O professor pode questionar aos alunos o que seria essa linha traçada do ponto até o centro, mostrando seu nome como raio e questionar o que seria então a linha reta traçada entre dois pontos da circunferência e que passe pelo centro? Se a linha que vai somente até o centro é o raio, então a linha que vai de um ponto até o outro chamamos de diâmetro e é duas vezes o raio.</p>

Quadro 2 – Sistematização sobre a Tarefa 1

Fonte: os autores.

### *Avaliação:*



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



A avaliação é um elemento necessário e sempre presente no trabalho do professor. Através dela, os resultados obtidos ao longo do trabalho com os alunos são comparados aos objetivos propostos para, dessa forma, verificar progressos e dificuldades, além de reorientar o trabalho para as correções necessárias. Essa é uma tarefa complexa, e não se resume apenas à realização de provas e atribuição de notas, mas os dados resultantes devem ser submetidos a uma análise qualitativa (LIBÂNEO, 2006).

Será utilizada a modalidade de avaliação formativa, que de acordo com Blaya (2007 *apud* OLIVEIRA; SILVA; SOUZA, 2008) é uma forma de avaliação na qual a preocupação central está em coletar dados para reorientação do processo de ensino-aprendizagem, ocorrendo de maneira contínua. Sua finalidade é proporcionar informações a respeito do desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, de modo que o professor possa realizar ajustes de acordo com as características dos alunos, a fim de orientar, apoiar, reforçar e corrigir (GIL, 2006 *apud* OLIVEIRA; SILVA; SOUZA, 2008)

Deste modo, a avaliação acontecerá durante o desenvolvimento das tarefas com o acompanhamento do trabalho coletivo e da participação de cada aluno nas discussões dentro do grupo; durante as apresentações, será avaliado como os alunos explicam suas ideias e as discussões que podem ocorrer entre grupos diferentes (questões levantadas e respostas). Por fim, os registros feitos pelos grupos serão recolhidos para análise das estratégias utilizadas e soluções encontradas.

A nota será atribuída levando em conta os seguintes critérios: a participação nas discussões durante o desenvolvimento da tarefa dentro do grupo; se a tarefa foi resolvida ou não, considerando também as estratégias utilizadas e ideias matemáticas presentes nas resoluções, mesmo que não tenha chegado à resposta; participação durante a discussão coletiva, esteja o aluno apresentando ou ouvindo.

Por fim, a partir da análise dos relatórios e discussões desenvolvidos pelos alunos, temos a avaliação somativa, que objetiva realizar um balanço geral ao final de um período de aprendizagem ao verificar se os objetivos propostos no planejamento foram alcançados (OLIVEIRA; SILVA; SOUZA, 2008).

## Referências

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



---

CYRINO, M. C. de C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: CYRINO, M. C. de C. T. *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática*. Londrina: Eduel, 2016. cap. 4, p. 81-98.

DEWEY, J. *Logic: The theory of inquiry*. New York: Henry Holt and Company, 1938.

LIBÂNEO, J. C. *Didática*. São Paulo: Cortez, 2006.

OLIVEIRA, A. de; SILVA, C. da; SOUZA, G. M. R. de. Avaliação: conceitos em diferentes olhares, uma experiência vivenciada no curso de pedagogia. In: EDUCERE – CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 8., 2008, Curitiba. *Anais...* Curitiba: PUCPR, 2008.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, v. 22, n. 2, p. 19-53, 2013.

PAULEK, C. M.; ESTEVAM, E. J. G. Ensino exploratório de matemática: uma discussão sobre tarefas e a dinâmica da aula. In: Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 8., 2017, Madrid. *Livro de Actas*, Andújar (Jaén): Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas. 2017. p. 412-421.

SOUZA, H. C. T. de. O ensino de geometria euclidiana plana no ensino fundamental: círculo e circunferência. In: BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G. *O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica*. Curitiba: Íthala, 2014. cap. 4, p. 94-126.