



TAREFA QUEM TEM RAZÃO?¹

A primeira tarefa, realizada a 4 de Março, a meio do tópico “Sólidos geométricos”, tem carácter exploratório. O seu objetivo foi proporcionar aos alunos uma primeira abordagem às equações do 2.º grau, levando-os a fazer conexões com o tópico que estavam a trabalhar.

Nesta tarefa, os alunos tinham que interpretar o seu enunciado e traduzi-lo numa expressão algébrica. Este processo era facilitado pela figura que acompanhava o enunciado.

Na primeira alínea, uma grande parte dos alunos apresentou dificuldades na interpretação do enunciado e na sua tradução para a linguagem algébrica, nomeadamente, na escrita de “o comprimento de cada mosaico é 1,25 vezes maior do que a largura”, porque não consideram a utilização de letras como incógnitas. Esta dificuldade foi ultrapassada através da discussão em grande-grupo onde os alunos concluíram que teriam de utilizar letras como incógnitas, nas suas expressões. Neste sentido, os alunos selecionaram a letra c e a letra l para representar, respetivamente, o comprimento e a largura na expressão algébrica que traduz a parte do enunciado acima descrita, como mostra a figura 5.1.

$$c = 1,25 \times l$$

Figura 5.1 – Representação algébrica do enunciado, após a discussão.

– Depois dos alunos identificarem corretamente a relação entre c e l deverão mostrar que a área da parte pintada do mosaico da figura apresentada no enunciado é $\frac{5}{8}l^2$ e, deste modo, apresentar argumentos para a justificar. Os alunos resolveram a primeira alínea de maneiras diferentes, embora todas elas corretas.

Todos os alunos da turma mostram, algebricamente, a relação pretendida, recorrendo a uma estratégia de decomposição da parte pintada do mosaico. A maioria decompõe a figura em triângulos e apenas três alunos a decompõem em losangos.

¹ ANTUNES, A. C. M. *A resolução de tarefas envolvendo equações do 2º grau: um estudo no 8º ano*. 2013. Universidade de Lisboa, Lisboa. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/9827>

– Na estratégia de resolução que utiliza a decomposição em triângulos, foram identificadas duas resoluções diferentes (Figuras 5.2.a e 5.3.a) tendo por base o tipo de triângulo considerado (Figuras 5.2.b e 5.3.b). Na resolução apresentada na figura 5.2.a, que tem por base a decomposição exemplificada na figura 5.2.b, o aluno utiliza incorretamente um símbolo de igual – na passagem de $\frac{5}{24} l^2$ para $\frac{5}{24} l^2 \times 3$ – mas chega ao resultado correto. Salienta-se, também, que os alunos recorreram às propriedades do losango, já estudadas no ano letivo anterior, para obter a altura e a base do triângulo considerado.

Estratégia que mostra que a mãe tem razão:

$$A_{\text{losango}} = \frac{5}{8} \times l^2 \quad c = 1,25 \times l$$

$$A_{\Delta} = \frac{b \times h}{2}$$

$$A_{\Delta} = (1,25 \times l) \times \frac{1}{3} l =$$

$$= \frac{5}{4} l \times \frac{l}{3} =$$

$$= \frac{5}{12} l^2 = \frac{5}{24} l^2 = \frac{5}{24} l^2 \times 3 = \frac{5}{8} l^2 =$$

$$= \frac{5}{8} l^2$$

Figura 5.2.a – Resolução da alínea a, que mostra que a mãe tem razão.

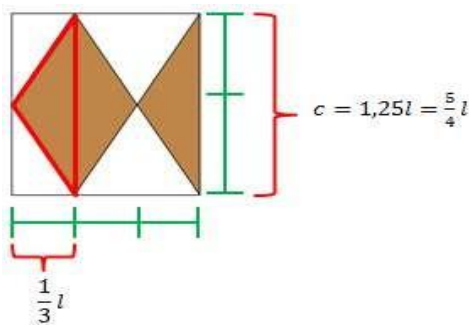


Figura 5.2.b – Decomposição utilizada na estratégia da figura 5.2.a.

A resolução que se segue tem por base a decomposição exemplificada na figura 5.3.b. O aluno chega à relação correta mas, a partir da terceira linha, usa incorretamente o símbolo de equivalência, porque deixa de ter uma equação, uma vez que opta por desenvolver apenas o segundo membro:

Estratégia que mostra que a mãe tem razão:

$c = 1,25 \times l$
 $l = \text{base}$
 $c = \text{altura}$

Área pintada = $A_{\Delta \times 3}$

Apertado $(\Rightarrow) \frac{5}{8} \times l^2 = A_{\Delta} \times 3$

$(\Rightarrow) \frac{5}{8} \times l^2 = \frac{3l}{2} \times \frac{c}{2} \times 3$

$(\Rightarrow) \frac{5}{8} \times l^2 \times \frac{2}{3} = \frac{9 \times 1,25 \times l^2}{2}$

$(\Rightarrow) \frac{5}{12} \times l^2 = \frac{11,25 \times l^2}{2}$

$(\Rightarrow) \frac{5}{12} = \frac{11,25}{2}$

$(\Rightarrow) \frac{5}{12} \times \frac{2}{11,25} = \frac{11,25}{2} \times \frac{2}{11,25}$

$(\Rightarrow) \frac{5}{6} = \frac{11,25}{11,25}$

$(\Rightarrow) \frac{5}{6} = 1$

$(\Rightarrow) \frac{5}{6} \times 11,25 = 11,25$

$(\Rightarrow) \frac{5}{6} \times \frac{11,25}{1} = \frac{56,25}{6} = \frac{50}{8}$

Figura 5.3.a – Resolução da alínea a, que mostra que a mãe tem razão.

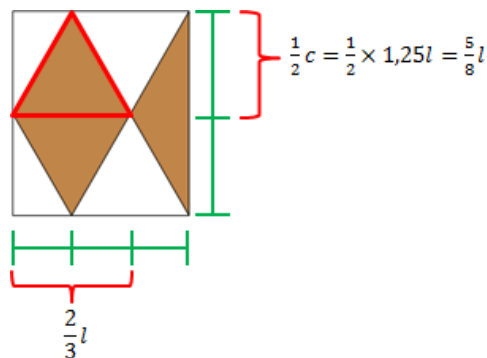


Figura 5.3.b – Decomposição utilizada na estratégia da figura 5.3.a.

A próxima resolução (Figura 5.4) exemplifica o trabalho dos alunos que utilizam a decomposição em losangos, para obter o valor correto da área da parte pintada da figura.

Estratégia que mostra que a mãe tem razão:

$$A_p = \frac{5}{8} \times l^2$$

$$A_q = \frac{D \times d}{2}$$

$$= \frac{5}{9} \times \frac{2}{3} \times l^2$$

$$= \frac{10}{27} \times l^2$$

$$= \frac{10}{27} l^2 = \frac{5}{13.5} l^2$$

$$A_q = A_1 + A_2$$

$$= \frac{5}{18} l^2 + \frac{5}{24} l^2$$

$$= \frac{10}{36} l^2 + \frac{5}{24} l^2$$

$$= \frac{15}{36} l^2 = \frac{5}{12} l^2$$

Figura 5.4 – Resolução da alínea a, que mostra que a mãe tem razão.

Ainda nesta alínea, os alunos foram solicitados a mostrar que a área da parte pintada da figura pode ser dada através de uma outra expressão equivalente. Neste caso, os alunos utilizam dois tipos de argumentos: algébricos e geométricos, sendo que, aproximadamente, metade da turma opta por cada um deles. A título exemplificativo, apresento, nas figuras 5.5 e 5.6, os dois tipos de resoluções corretas que surgiram na turma.

Estratégia que mostra que o pai tem razão:

$$\frac{5}{8} l^2 = (125 \times l^2) \times \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{8} l^2 = \left(\frac{5}{4} \times l^2\right) \times \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{8} l^2 = \frac{5}{8} \times l^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{5}{8} l^2 = \frac{5}{8} l^2$$

mãe = pai ✓

Figura 5.5 – Resolução algébrica da alínea a, que mostra que o pai tem razão.

Nesta resolução (Figura 5.5) o aluno utiliza a expressão que $\frac{5}{8} l^2$ já tinha encontrado anteriormente e mostra algebricamente que essa expressão é igual à área de metade do mosaico. Na resolução seguinte (Figura 5.6), o aluno recorre aos critérios de congruência de

triângulos, estudados no ano letivo anterior, para mostrar a igualdade entre expressões.

Figura 5.6 – Resolução geométrica da alínea a, que mostra que o pai tem razão.



Na última alínea desta tarefa, os alunos precisaram de encontrar a medida da largura do mosaico, conhecendo a área da parte pintada do mosaico. Para isso, confrontaram-se com a necessidade de resolver uma equação do 2.º grau incompleta, utilizando a noção de raiz quadrada. Todos os alunos da turma começam por traduzir, corretamente, a linguagem natural do enunciado para linguagem algébrica e, sem dificuldades, resolvem-na algebricamente. As duas resoluções seguintes mostram que os alunos recorreram aos resultados obtidos anteriormente. Na primeira resolução, que apresento na figura 5.7, o aluno obtém o valor para a largura do mosaico através da área pintada, enquanto, na segunda resolução, figura 5.8, o aluno obtém o valor para a largura do mosaico através da área total do mosaico.

$$\begin{aligned}
 A_{\text{parte pintada}} &= 5,625 \text{ dm}^2 \\
 l &= ? \text{ cm} \\
 \frac{5}{8} l^2 &= 5,625 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow l^2 &= \frac{5,625 \times 8}{5} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow l^2 &= \frac{45}{5} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow l^2 &= 9 \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow l &= \sqrt{9} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow l &= 3 \text{ dm} = 30 \text{ cm}
 \end{aligned}$$

Figura 5.7 – Resolução da alínea b, através da área pintada do mosaico.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



$$\begin{aligned} A_{\text{parte pintada}} &= 5,625 \text{ dm}^2 & 5,625 \times 2 &= 11,25 \text{ dm}^2 \\ L &= ? \text{ cm} & 5,625 &= \frac{1}{2} \text{ mosaico} & C \times L &= A_{\text{retângulo}} \\ 1,25L \times L &= 11,25 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 1,25L^2 &= 11,25 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow L^2 &= \frac{11,25}{1,25} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow L^2 &= 9 & \sqrt{9} &= 3 \\ L &= 3 \text{ dm} & &= 30 \text{ cm} \end{aligned}$$

Figura 5.8 – Resolução da alínea b, através da área total do mosaico.

Apesar dos alunos não evidenciarem dificuldades na resolução, cometeram um erro bastante comum, o de não considerarem a raiz negativa como solução da equação, apesar da solução do problema ser apenas o valor positivo dessa raiz. Contudo, durante a discussão desta tarefa, os alunos, revelaram que não se aperceberam da existência da raiz negativa enquanto resolviam a equação.