



PLANO DE AULA – TAREFA AVIÃO

1. Identificação

Nome:

Local:

Data:

Duração: 4 aulas de 50 minutos

Unidade Temática: Geometrias

Objetos de conhecimento: Estudo analítico do ponto.

Conteúdo: Plano cartesiano ortogonal, eixo das abscissas e ordenadas, quadrantes, coordenadas de um ponto, distância entre dois pontos, ponto médio.

Ano de Escolaridade: 3ª série do Ensino Médio

2. Objetivos

- Compreender que o sistema cartesiano ortogonal é constituído por dois eixos Ox (abscissas) e Oy (ordenadas), perpendiculares entre si, com a mesma origem;
- Compreender que os eixos ao dividirem o plano em quatro regiões, essas são denominadas quadrantes, sendo sua identificação realizada no sentido anti-horário;
- Identificar e compreender que toda coordenada ou par ordenado fica associado a um único ponto do plano, também os casos especiais de coordenadas quando o ponto pertence ao eixo das abscissas ou ordenadas;
- Compreender como realizar o cálculo da distância entre dois pontos no plano cartesiano;
- Determinar e compreender como calcular as coordenadas do ponto médio de um segmento entre dois pontos;

3. Recursos Didáticos

Tarefa impressa, lápis, caneta, caderno para anotações, computador com software GeoGebra 5.0 instalado, quadro, projetor multimídia.

4. Desenvolvimento da Aula



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



A aula será desenvolvida na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática (EEM), com uma abordagem centrada no aluno, diferente da abordagem tradicional, nesse caso o professor assume um papel exigente e importante na promoção da aprendizagem do aluno, focalizado no trabalho autônomo, investigativo, colaborativo e reflexivo dos alunos, geralmente organizada em fases que orientam as ações do professor, sendo:

- 1 - Proposição e apresentação da tarefa;
- 2 - Desenvolvimento da tarefa;
- 3 - Discussão coletiva da tarefa;
- 4 – Sistematização das aprendizagens matemáticas.

4.1. Proposição da Tarefa (20 minutos)

A aula deverá ser iniciada com os alunos no laboratório de informática com o professor informando que esta acontecerá em duplas ou trios (essa organização dependerá do número de alunos presentes na aula, as turmas são constituídas em média por 32 alunos), será realizada a entrega da tarefa, seguida da sua leitura que poderá ser realizada voluntariamente por um aluno, posteriormente questionado aos alunos se existem termos desconhecidos por eles no enunciado para esclarecimento. Após esse momento é explicado aos alunos para registrarem de forma cuidadosa todo raciocínio utilizado durante a resolução da tarefa, pois alguns grupos serão escolhidos pelo professor e farão a socialização dos seus resultados no momento de discussão com toda a turma, sendo que serão fotografadas as resoluções e projetadas, com auxílio do projetor multimídia. Será esclarecido que o tempo para o trabalho em grupo será de 60 minutos, sendo iniciado o desenvolvimento da tarefa.

4.2. Desenvolvimento da Tarefa: trabalho nos grupos (60 minutos)

A perspectiva do EEM prevê no planejamento do professor a realização de um quadro de orientação para possíveis ações de alunos, que conduzirão ações do professor antecipando decisões durante o desenvolvimento da tarefa. Para isso, o professor deve após elaborar, resolver a tarefa, e assim, elencar questionamentos que poderão surgir durante o trabalho dos alunos. O quadro a seguir orientará as possíveis ações de alunos e professor.



Tarefa: Avião

1) Abra o Geogebra e, seguindo o roteiro, construa a simulação:

- Primeiro passo: devem-se inserir as imagens paisagem.png e avião.png: no menu Editar, inserir imagem de arquivo, escolher área de trabalho, pasta denominada tarefa avião.
- Ao inserir a imagem paisagem.png, centralize o máximo com a origem (0,0), altere as coordenadas dos pontos A e B. Para isso, posicione o cursor do mouse sobre um dos pontos e com o botão direito, clique sobre um ponto por vez. Então em propriedades, básico, no campo definição atribua aos pontos às coordenadas fechando em seguida. Sugestão para as coordenadas do ponto A (-40, -20) e B (40 -20).
- Após, clique com o botão direito do mouse sobre a imagem, abrirá uma caixa de diálogo, clique em propriedades, em básico marque a função imagem de fundo, fechando em seguida.
- Na sequência, inserir a imagem avião.png, devendo ser ajustado os pontos C e D, com o botão direito clique sobre cada ponto por vez, em propriedades, básico, e no campo definição atribua aos pontos as coordenadas C (-3,1) e D (-1,1).

- Com a ferramenta  controle deslizante, criar três controles deslizantes a, b e c:

Controle “a” mínimo -1 máximo 3, definição número.

Controle “b” mínimo -20° máximo 20° definição ângulo.

Controle “c” mínimo 1 máximo 3 definição ângulo.

- O controle deslizante “a” movimentará o avião no eixo das ordenadas. Nos pontos C e D substituir a coordenada y por “a”.

- O controle deslizante “c” movimentará (tamanho) o plano de fundo. Nos pontos do plano de fundo (propriedades) multiplicar por “c”: $A * c$ e $B * c$. Atribuir ao controle deslizante “c” em propriedades, animação, velocidade em 0,5, e em repetir oscilando.

- Com a ferramenta  ponto, determinar o ponto E (4,0) no eixo das abcissas.

- O controle deslizante “b” rotacionará o avião em torno do ponto E criado no eixo das abcissas. Utilizar a

ferramenta  rotação em torno de um ponto, em seguida clicar na imagem do avião e no ponto E, abrirá uma caixa de diálogo, no campo ângulo informar a letra “b” do controle deslizante, mantendo sentido horário. Essa ação gerará um clone, devendo ser ocultado à imagem do avião inicial. Para isso, clique na imagem do avião inicial com o botão direito e desmarque exibir objeto.

- Em propriedades do controle deslizante “b” ajustar a velocidade para 4 oscilando.

- Ocultar a exibição da janela de álgebra, pontos, malha e os eixos.

- Animar os controles deslizantes, ao observar o resultado na tela os controles poderão ser ajustados, de acordo com a necessidade observada pelo grupo.

- Salvar a simulação na área de trabalho do computador com o nome: avião_ (com os nomes dos componentes da dupla).

Ações de alunos	Ações de professores
Não entendem o roteiro.	Pede que realizem novamente a leitura.
Têm dificuldade em manipular as ferramentas no GeoGebra.	Realizar o reconhecimento da interface, mostrando os comandos e ferramentas com auxílio do projetor.
Apresentam dificuldade em localizar as ferramentas ou comandos da tarefa.	Pedir que explorem novamente as ferramentas, persistindo a dificuldade, mostrar no projetor.
Questionam a utilização das imagens e a extensão png utilizada	Explica que podem ser utilizadas quaisquer imagens desde que possuam extensão png, as quais são compatíveis com o GeoGebra
Questionam da necessidade de centralizar a imagem paisagem a origem (0,0).	Explica que a centralização é para favorecer a visualização no plano.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Questionam se é necessário utilizar a sugestão de coordenadas para os pontos A e B.	Explica que não é necessário, mas que ao indicar outras coordenadas devem estar atentos à continuidade da simulação, e que estas poderão ser alteradas a qualquer momento de acordo com a necessidade observada pelo grupo.
Questionam porque utilizar a imagem paisagem.png como plano de fundo.	Pede que os alunos observem e comparem a visualização da malha e os eixos quando a paisagem não está como plano de fundo.
Questionam ao inserir a imagem avião.png, a utilização da sugestão das coordenadas C e D.	Solicita que observem o tamanho e posição da imagem na tela e após substituam, as coordenadas, também que alterem com outros valores e observem a posição no plano.
Questionam a utilização das letras a,b,c, para representar os controles deslizantes.	Explica que poderão representar com qualquer letra, porém alerta para que estejam atentos na sequência do roteiro.
Questionam a utilização dos valores de máximos e mínimos nos controles deslizantes.	Esclarece que no decorrer da simulação, esses valores influenciarão o desenvolvimento, estimula que na sequência movimentem os controles e alterem os parâmetros observando o que acontece.
Não entendem a necessidade de trocar a ordenada dos pontos C e D por “a” do controle deslizante.	Pede que realizem a troca e movimentem o controle deslizante “a” e observem o que acontece.
Perguntam se a velocidade indicada no controle pode ser maior que 0.5 e porque repetir oscilando.	Estimula os alunos a investigarem diferentes valores para velocidade e ao substituir animar o controle deslizante “c”, também alterar o repetir para crescente e decrescente observar o que ocorre. Questiona se ao não utilizar repetir oscilando a simulação do movimento da paisagem irá ocorrer e qual a relação da velocidade nesse caso.
Perguntam se é possível alterar as coordenadas do ponto E.	Responde que é possível, que podem ser testadas outras coordenadas para o ponto E, porém na sequência da simulação deverão estar atentos ao roteiro. Porém incentiva que mantenham as coordenadas propostas.
Têm dificuldades para ocultar o avião inicial em relação ao clone.	Orienta que deixem o controle deslizante “a” em 3, para que possam visualizar o clone e ocultar o avião inicial em exibir objeto.
Questionam a rotação incompleta ao movimentar o controle b.	Orienta que observem o máximo e o mínimo, sugere que alterem o máximo para 360° e 720° e movimentem o controle. Questiona se o avião em movimento poderá realizar o movimento de 360° ou 720° constantemente, e se isso ocorre em situações reais.
Questionam a velocidade 4 oscilando para o controle deslizante “b”.	Incentiva que utilizem outros parâmetros, animem o controle e observem para ver o que acontece na simulação. Orienta ser importante a investigação desses parâmetros e que dependendo da visualização o grupo poderá alterar desde que registrem essas alterações.
Sugerem alterações na simulação após ocultar malha, eixos e janela de álgebra.	Incentiva que realizem as alterações e observem os resultados, questiona quais são as mudanças que ocorrem, pede que registrem para apresentação e discussão com a turma.

2) Para investigar as proposições a seguir, a janela de álgebra, a malha e os eixos deverão estar visíveis novamente.

a) Movimento o controle deslizante “c” e explique o que acontece com as coordenadas dos pontos A e B, e



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



indique quais são as coordenadas máximas que são possíveis atribuir para esses pontos.

Ações de alunos	Ações de professores
Não conseguem perceber a relação dos pontos A e B e o controle deslizante c.	Pede que movimentem o controle deslizante e observem na janela de álgebra o que ocorre com as coordenadas dos pontos quando $c=1$, $c=3$ e como se comporta a imagem plano de fundo na simulação.
Os alunos respondem corretamente quais são as coordenadas máximas dos pontos A e B, mas não percebem a relação existente.	Orienta que observem o comportamento do plano de fundo e que posicionem o controle em $c=1$, $c=2$ e $c=3$ e registrem suas conclusões.

b) Posicionando o avião sobre o eixo das abscissas (x), teremos uma coordenada, utilizando a ferramenta ponto, marque essa posição e registre. Qual a distância entre esse ponto marcado sobre o eixo (x) e o ponto E.

Ações de alunos	Ações de professores
Não conseguem posicionar o avião sobre o eixo x.	Orienta que movimentem controles deslizantes a e b e observem a relação existente e a posição do avião na movimentação.
Confundem-se ao identificar a distância do avião sobre o eixo X ao ponto E em relação ao zoom da malha e as medidas negativas.	Pede que visualizem o zoom na malha e eixo, e que observem se tratar de distância, nesse caso que pensem o que ocorre com os valores negativos até o zero para identificar a distância.

c) Ao movimentar o controle deslizante “a” e “b” em quais posições desses controles o avião alcançará a sua altura mínima e máxima? Quais são as coordenadas inteiras para essas posições? Utilize a ferramenta ponto para marcar o ponto e auxiliar a verificação.

Ações de alunos	Ações de professores
Não conseguem posicionar o avião para indicar altura mínima e máxima.	Orienta que movimentem controles deslizantes a e b e observem a relação existente e a posição do avião na movimentação.

d) Como seria possível determinar a distância entre os pontos encontrados de altura mínima e máxima do avião ao ponto E? Investigue e registre seu raciocínio, explique como isso seria possível sem a utilização de instrumentos de medida.

Ações de alunos	Ações de professores
Tem dificuldade para determinar a distância.	Estimula que verifiquem outras ferramentas disponíveis no GeoGebra para auxiliar na resposta da questão.
Perguntam se é possível utilizar outras ferramentas do GeoGebra assim como fizeram com o ponto.	Incentiva que investiguem outras ferramentas.
Utilizam a ferramenta segmento para determinar a distância mínima e máxima em relação ao ponto E.	Questiona se existem outras possibilidades, e incentiva que investiguem, utilizando a ferramenta polígono.
Conseguem identificar que é possível com a ferramenta polígono representar um triângulo retângulo, onde as distâncias mínima e máxima ao ponto E representam a hipotenusa do triângulo.	Incentiva que representem o triângulo retângulo e que pensem na relação para determinar os lados do triângulo retângulo quando se conhecem duas medidas.

e) Encontradas as distâncias das alturas mínima e máxima ao ponto E, quais seriam as coordenadas que indicam a metade do percurso entre esses pontos? Da mesma forma, investigue e registre seu raciocínio e explique como isso seria possível sem a utilização de instrumentos de medida.

Ações de alunos	Ações de professores
------------------------	-----------------------------



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Tem dificuldade para determinar as coordenadas do ponto médio, relatando achar não ser possível realizar sem instrumentos de medida.	Estimula que verifiquem outras ferramentas disponíveis no GeoGebra para auxiliar na resposta da questão.
Perguntam se é possível utilizar outras ferramentas do GeoGebra assim como fizeram com a ferramenta ponto.	Incentiva que investiguem outras ferramentas.
Conseguem encontrar as coordenadas do ponto médio apenas observando a simulação.	Pede que registrem como chegaram a essa resposta e pensem como poderiam comprovar se os valores indicados estão corretos.
Percebem que é possível formar dois triângulos a partir do ponto médio do segmento das alturas mínima e também da máxima ao ponto E.	Questiona se os alunos recordam das relações de semelhança entre triângulos, e incentiva a utilizá-las. Pede para registrarem seu raciocínio para apresentar a turma na discussão coletiva da tarefa.

Durante o desenvolvimento da tarefa, ao monitorar os alunos o professor irá selecionar alguns grupos que irão contribuir com a discussão coletiva da tarefa, as resoluções escolhidas para serem compartilhadas certas ou erradas, deverão apoiar a sistematização das aprendizagens.

4.3 Discussão coletiva da tarefa (50 minutos)

Nesse momento ocorrerá a socialização das resoluções intencionalmente escolhidas pelo professor, o qual instigará a participação de todos os integrantes do grupo na apresentação, explicando o raciocínio utilizado e também será solicitado que os grupos utilizem a simulação construída para auxiliar sua explanação. O sequenciamento das apresentações acontecerá por resoluções menos formais para resoluções de forma mais sistematizada. Na questão 1 por exemplo, poderá ser escolhido um grupo que teve dificuldade ao construir a simulação, relatando suas dificuldades, e um grupo que tenha construído sem maiores dificuldades. Na questão 2 item a, um grupo que registrou suas conclusões sem perceber a relação do controle deslizante com as coordenadas dos pontos A e B, e um grupo que tenha observado registrado a relação A.c e B.c e suas implicações na simulação. Para questão 2b um grupo que tenha posicionado o avião sobre o eixo das abscissas, mas tenha informado incorretamente a distância ao ponto, e outro que tenha conseguido marcar o ponto e determinar a distância ao ponto E. Para o item 2c, um grupo que não tenha marcado corretamente os pontos da altura mínima e máxima para que possam explicar seu raciocínio e outro que tenha marcado de forma correta e percebido a relação dos controles “a” e “b” para a posição do avião e a diferença que pode existir de acordo com o posicionamento do controle. Para o item 2d, um grupo que tenha encontrado a distância entre os pontos sem encontrar

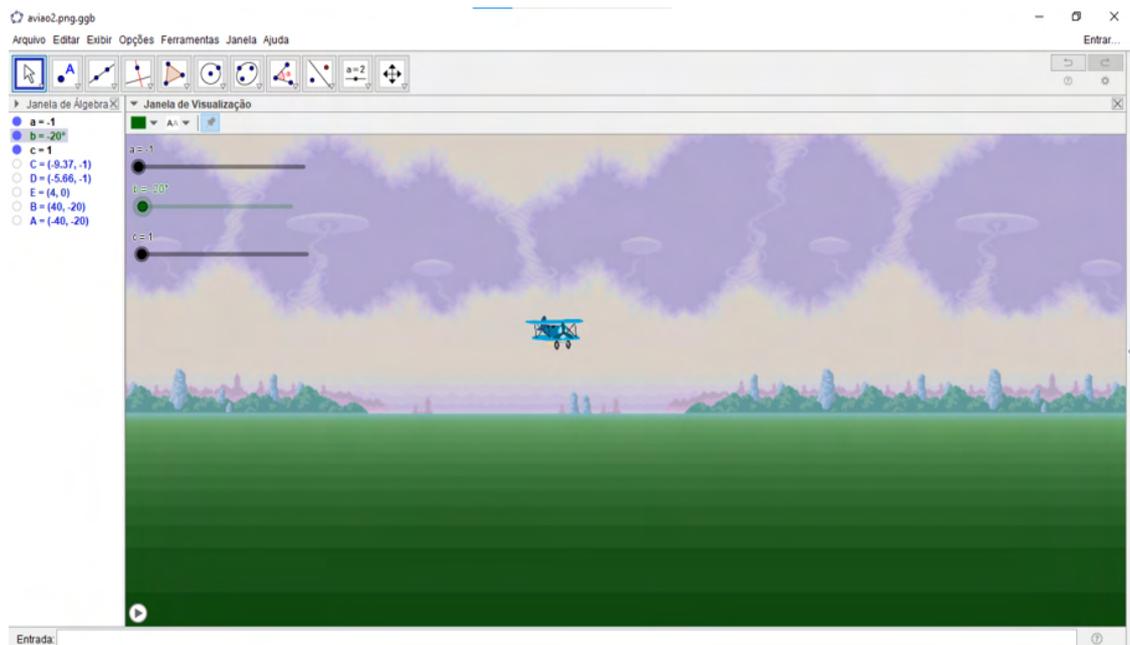


relações para esse valor, e um grupo que tenha encontrado a relação das distâncias para favorecer a generalização da fórmula da distância entre dois pontos. Para o item 2e, dois grupos que tenham encontrado a coordenada, e que tenham utilizado estratégias diferentes, mas que favoreça na sistematização a determinação da fórmula para o ponto médio de um segmento entre dois pontos.

4.4 Sistematização das aprendizagens matemáticas (50 minutos)

Na sistematização, o professor retoma as resoluções para então com a participação dos alunos, passar a registrar as ideias na lousa e pede que realizem as anotações nos cadernos.

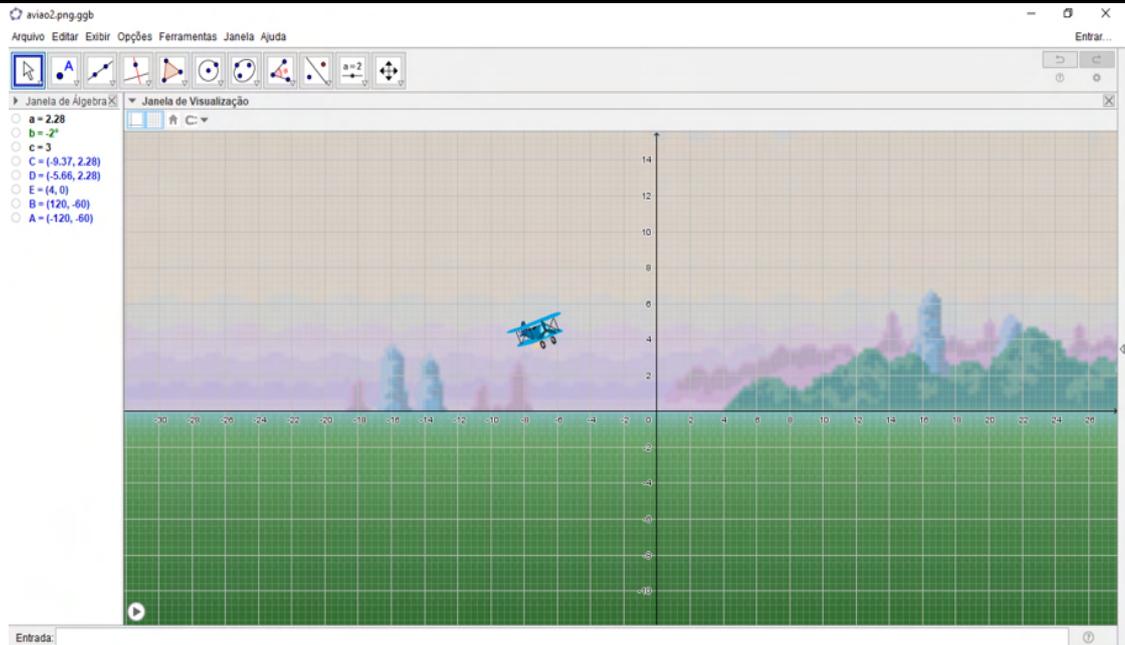
Para sistematização na questão 1, o professor vai projetar a simulação com auxílio de um aluno para manipular os controles deslizantes utilizando a função animar, ouvindo os alunos em relação as facilidades e dificuldades proporcionadas pela simulação.



Após a manipulação dos controles, serão habilitados eixos, malha e janela de álgebra para discussão do plano, dos eixos Ox (abscissas) e Oy (ordenadas), origem, quadrantes, e a representação do ponto no plano.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq

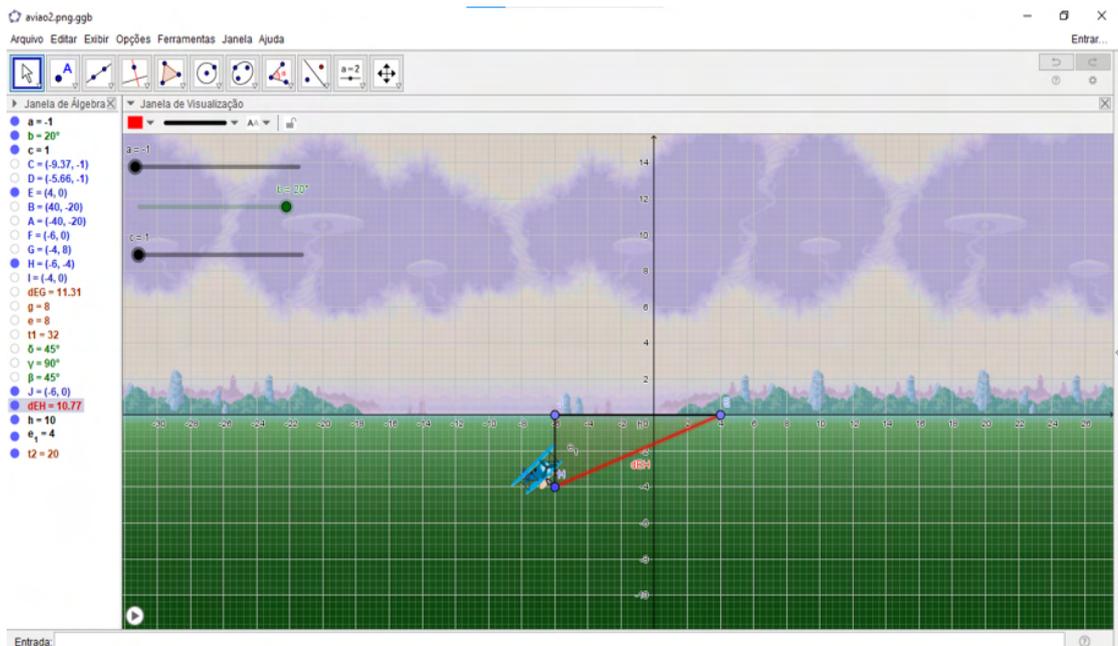
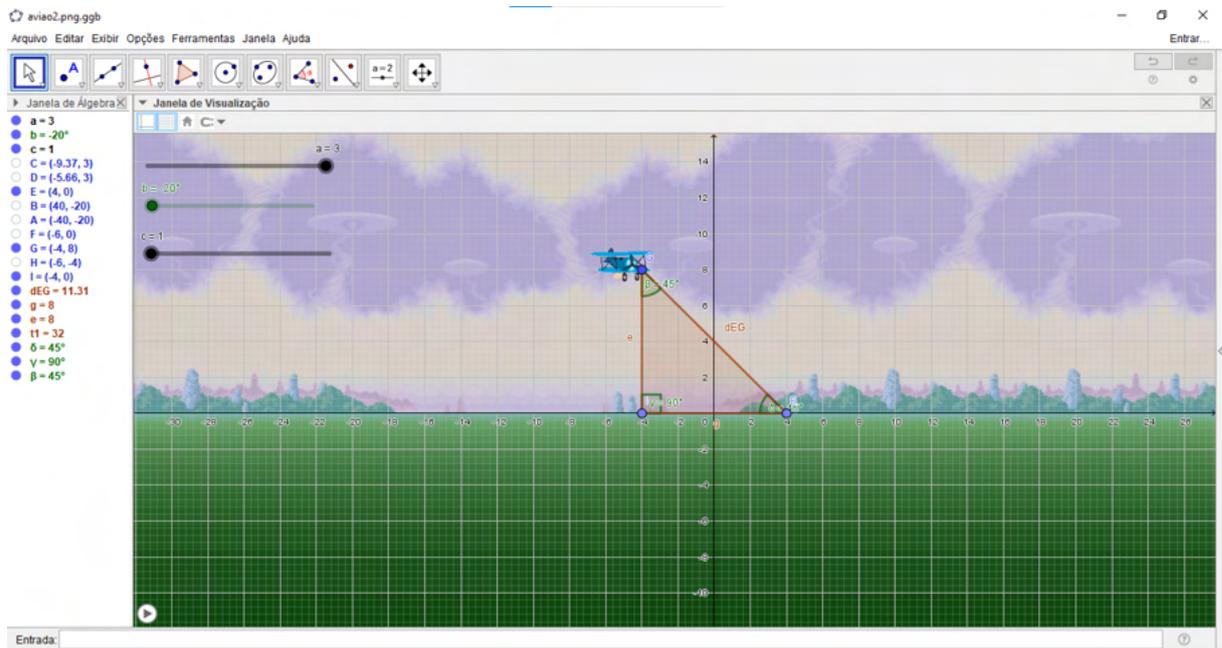


2a) Na questão 2 item a, o professor deverá evidenciar com os alunos o que ocorre com os pontos A e B em relação ao controle deslizante “c”: $A(-40,-20).c$ e $B(40,-20).c$, e qual sua interferência na simulação.

2b) Posicionando o avião sobre o eixo das abscissas, o professor deverá marcar o ponto dessa posição $F(-6,0)$ e relacionar ao ponto $E(4,0)$, identificando a distância de 10 unidades entre os pontos, discutindo com os alunos a relação das coordenadas dos pontos na abscissa em $F=-6$ e $E=4$.

2c) O professor deverá com o auxílio da simulação marcar os pontos das alturas mínima e máxima, demonstrando que a mínima ocorre com o controle deslizante $b= -20^\circ$ e $a=-1$ para o ponto $H(-6,-4)$, máxima $b=20^\circ$ $a=3$ para o ponto $G(-4,8)$.

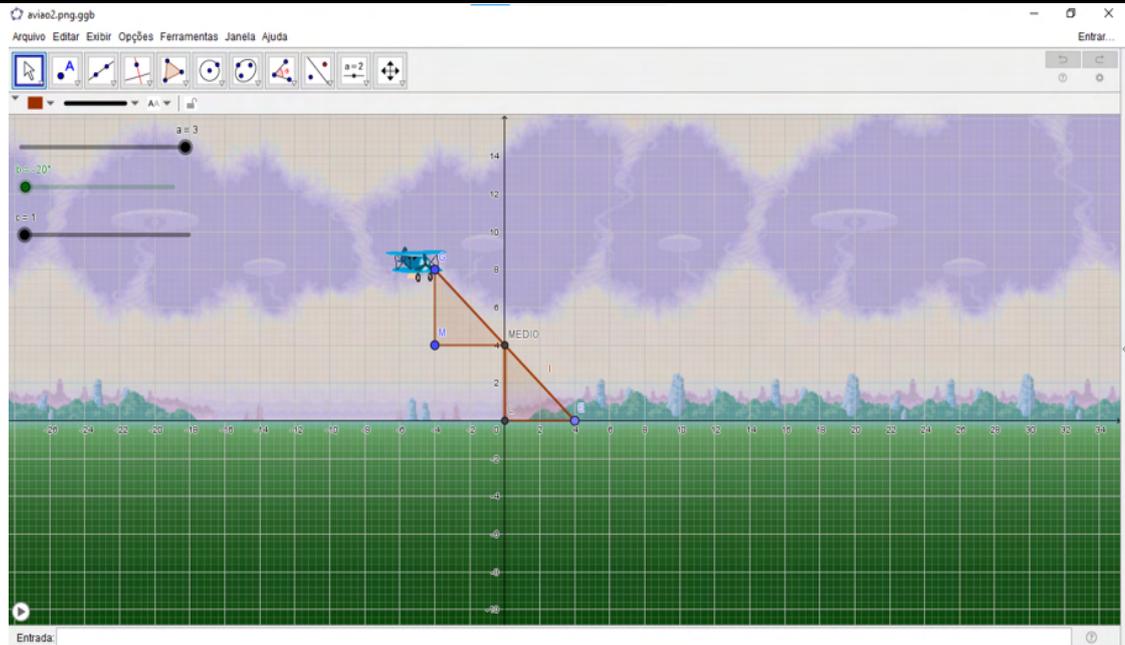
2d) Nessa questão, o professor para mostrar a distância entre os pontos $d(H,E)$ e $d(G,E)$, fará uso da ferramenta polígono para determinar o triângulo retângulo para cada situação e fará uso do teorema de Pitágoras para determinar a distância. Nesse momento será mostrado aos alunos que a distância entre quaisquer dois pontos pode ser generalizada, dando origem à fórmula da distância entre dois pontos: $d(H,E)^2 = (x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2$, também o professor fará um comparativo com a questão 2b quando uma das coordenadas é zero.



2e) Para determinar as coordenadas do ponto Médio entre os segmentos HE e GE, o professor utilizará a ferramenta polígono para determinar os triângulos e identificar o caso de semelhança: LAA_o: lado, ângulo, e ângulo oposto.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Assim demonstrará que as coordenadas do ponto médio do segmento são para $GE = (0,4)$ e $FG = (-1,2)$ e que essa condição é dada pela relação a seguir, generalizada para quaisquer pontos, quando se pretende determinar as coordenadas do ponto médio de um segmento entre dois pontos:

$$X_M = (X_a + X_b) / 2 \text{ e } Y_M = (Y_a + Y_b) / 2$$

5. Avaliação (20 minutos)

A avaliação será processual formativa e concomitante, considerando a interação, comunicação, comprometimento dos grupos, discussões com o professor durante todo o desenvolvimento das aulas e anotações realizadas. Assim, o arquivo da simulação construída pelos grupos e todas as anotações realizadas durante a tarefa, bem como no momento da sistematização servirão de elementos de análise pelo professor.