PLANO DE AULA - TAREFA QUEM TEM RAZÃO?[1]

Lições nº 103 **e** 104 **Data/Hora:** 4-Mar-2013/ 10:05 – 11:35 **Sala:** 8 **Turma:** 8º 3ª

Tópicos/Subtópicos:

Sólidos geométricos - Área de superfície de polígonos;

Sequências e regularidades. Equações - Equações (incompletas) do 2.º grau a uma incógnita.

Sumário:

Realização e discussão da tarefa de exploração: “Quem tem razão?”.

Objetivos específicos:

Conversão entre a linguagem natural e a representação algébrica; Resolver equações literais em ordem a uma incógnita;

Efetuar operações com polinómios, adição algébrica e multiplicação; Resolver equações (incompletas) do 2.º grau a uma incógnita;

Com o desenrolar da tarefa pretendo recordar conceitos já trabalhados, nomeadamente:

- Conhecer as propriedades e as regras das operações em Q e usá-las no cálculo;
- Calcular o valor de expressões numéricas que envolvam números racionais;
- Resolver problemas que envolvam polígonos e as respetivas características e áreas;

[1] ANTUNES, A. C. M. **A Resolução de tarefas envovlvendo equações do 2.o Grau: um estudo no 8.0 ano.** 2013. Universidade de Lisboa, Lisboa. Disponível em: https://repositorio.ul.pt/handle/10451/9827.

- Decomposição de polígonos;
- Compreender os diferentes papéis dos símbolos em Álgebra;
- Simplificar expressões algébricas;
- Máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum;
- Isometrias.

Recursos:

Quadro branco e marcador;

Tarefa "Quem tem razão?" a negro;Papel e lápis;

Calcula dora;Manual.

Capacidades transversais:

Raciocínio matemático;

Resolução de problemas;

Comunicação matemática;

Estabelecimento de conexões;

Autorregulação das aprendizagens;

Mecanismos de verificação;

Sentido de responsabilidade;

Sentido crítico;

Argumentação sustentada;

Autonomia.

Metodologia de trabalho:

Trabalho a pares.

Desenvolvimento da aula:

(1) Início da aula: número das lições e data (escritos no quadro) e sumário (ditado);(*3 minutos*)

(2) Apresentação/Distribuição da tarefa; (*10 minutos*)

(3) Exploração da tarefa por parte dos alunos; (*30 minutos*)

(4) Discussão e síntese dos resultados obtidos; (*45 minutos*)

(5) Escrever o TPC no quadro (continuação da resolução dos problemas da p.158 do manual) e informar os alunos de que caso já tenham acabado a tarefa anterior, podem começar a resolver o TPC. (*2 minutos*)

Avaliação:

A avaliação reguladora e não sumativa será feita, através, de observação direta:

- Do interesse, empenho, desempenho, sociabilidade e adesão às tarefas propostas;

- Da capacidade raciocínio e comunicação (o aluno ter a capacidade de interpretar, expressar um plano para resolver o problema, formular conjeturas e argumentar, justificando as suas respostas);

Pedagogia diferenciada (NEE/ estratégias de remediação/ planos de recuperação/ planos dedesenvolvimento)**:**

- Ter atenção aos registos efetuados por estes alunos.

Desenvolvimento da aula:

❖ <u>Distribuição e apresentação da tarefa e definição da metodologia de trabalho</u> (*10 minutos*)

A aula terá início com a proposta de realização da tarefa de exploração “Quem tem razão?”.

Depois de distribuído o documento da tarefa, será feita a leitura do enunciado por um dos alunos da turma, com o objetivo de garantir se há alguma dúvida na linguagem, nomeadamente o significado de “repavimentar” e de “losangos”, nomeadamente, as suas características, e é explicado aos alunos que o objetivo da tarefa é apresentar argumentos que mostrem que tanto a mãe como o pai da Carla têm razão e calcular a largura de um dos mosaicos do chão da cozinha da Carla, sabendo a área da parte pintada, de um dos mosaicos.

Explica-se aos alunos que podem recorrer às estratégias (de resolução do problema) que acharem pertinente e deve ficar claro que têm de apresentar o seu raciocínio e conjeturas, assim como, a estratégia que usaram, não esquecendo a resposta ao problema.

Informa-se que serão valorizadas as apresentações de diferentes estratégias de resolução do problema e que a tarefa pode ser realizada a pares, mas os alunos (individualmente) têm que estar preparados para apresentar a sua resolução à turma.

Por fim, fica definido 30 minutos de trabalho autónomo para a realização da tarefa.

❖ <u>Realização da Tarefa</u> (*30 minutos*)

Pede-se aos alunos que respondam às questões na própria folha da tarefa e informa-se que poderão utilizar a calculadora e recorrer, se necessário, ao manual.

Os alunos fazem trabalho autónomo e o professor circula pela sala, esclarecendo dúvidas e apercebendo- se do progresso dos alunos.

Após os primeiros 10 minutos de realização da tarefa, o professor deve parar o trabalho autónomo dos alunos e fazer um ponto de situação e a cada 5 minutos, o professor deve alertar os alunos para o tempo que ainda têm para concluir a tarefa.

A realização de problemas com equações envolvendo áreas tem sido o foco das últimas aulas, pelo que se espera um envolvimento dos alunos na tarefa. A forma como está estruturado o enunciado permite aos alunos identificar os dados do problema que são importantes considerar, assim espera-se que os alunos interpretem que:

- Comprimento do mosaico = 1,25 x largura do mosaico, logo o mosaico tem a forma de um retângulo;
- Cada mosaico tem como padrão um losango e meio.

❖ <u>Algumas das possíveis resoluções da Tarefa – alínea a – mostrar que a mãe tem razão</u>:

Hipótese 1 – Aplicando a fórmula da área do losango:

c – comprimento do mosaico; l – largura do mosaico; D – comprimento da diagonal maior do losango; d

– comprimento da diagonal menor do losango;

$$c = 1{,}25\, l$$

$$A_{losango} = \frac{D \times d}{2} = \frac{1{,}25l \times \frac{2}{3}l}{2} = \frac{5}{12}l^2$$

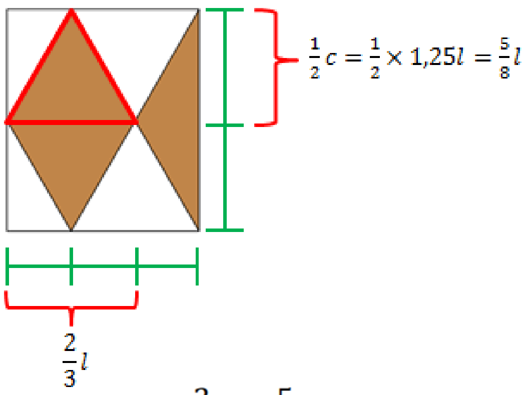
Então,

$$A_{parte\ pintada} = \frac{5}{12}l^2 + \frac{\frac{5}{12}l^2}{2} = \frac{5}{12}l^2 + \frac{5}{24}l^2 = \frac{5}{8}l^2$$
$$= \frac{5}{8}\ do\ quadrado\ da\ medida\ da\ largura\ do\ mosaico$$

R: A mãe da Carla tem razão, porque cinco oitavos do quadrado da medida da largura do mosaico é omesmo que cinco oitavos de l^2.

Hipótese 2 – Decompondo o losango em triângulos:

c – comprimento do mosaico; l – largura do mosaico; b – base do triângulo vermelho; a – altura do triangulo vermelho;



$$A_{triangulo\ vermelho} = \frac{b \times a}{2} = \frac{\frac{2}{3}l \times \frac{5}{8}l}{2} = \frac{5}{24}l^2$$

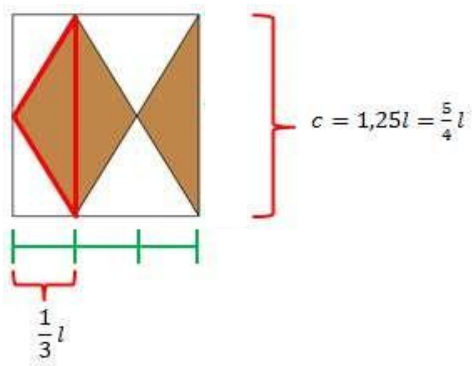
Então,

$$A_{parte\ pintada} = A_{triangulo\ vermelho} \times 3 = \frac{5}{24}l^2 \times 3 = \frac{15}{24}l^2 = \frac{8}{5}l^2$$

R: A mãe da Carla tem razão, porque cinco oitavos do quadrado da medida da largura do mosaico é omesmo que cinco oitavos de l^2.

Hipótese 3 – Decompondo o losango em triângulos:

Esta proposta de resolução é análoga à anterior, o que difere é apenas a forma como se decompõe afigura.



$$A_{triangulo\ vermelho} = \frac{b \times a}{2} = \frac{\frac{5}{4}l \times \frac{1}{3}l}{2} = \frac{5}{24}l^2$$

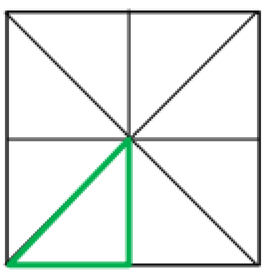
Então,

$$A_{parte\ pintada} = A_{triangulo\ vermelho} \times 3 = \frac{5}{24}l^2 \times 3 = \frac{15}{24}l^2 = \frac{8}{5}l^2$$

R: A mãe da Carla tem razão, porque cinco oitavos do quadrado da medida da largura do mosaico é omesmo que cinco oitavos de l^2.

Hipótese 4 – Usando um quadrado de lado l :

Mosaico quadrado, com o lado = l :



$$A_{triangulo\ verde} = \frac{b \times a}{2} = \frac{\frac{1}{2}l \times \frac{1}{2}l}{2} = \frac{1}{8}l^2$$

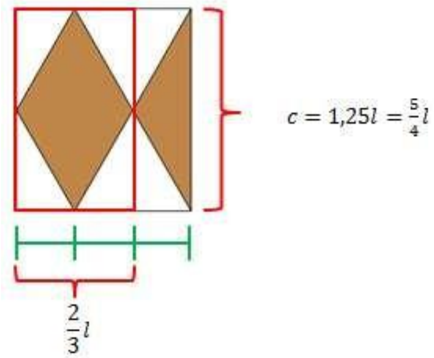
Então,

Cinco oitavos do mosaico quadrado $= 5 \times A_{triangulo\ verde} = 5 \times \frac{1}{8}l^2 = \frac{5}{8}l^2$

R: A mãe da Carla tem razão.

Hipótese 5 – Fazendo relação entre áreas:

c – comprimento do mosaico; l – largura do mosaico;



$$A_{losango} = \frac{A_{retângulo\ vermelho}}{2} = \frac{c \times l}{2} = \frac{\frac{5}{4}l \times \frac{2}{3}l}{2} = \frac{5}{12}l^2$$

$$\frac{A_{losango}}{2} = \frac{\frac{5}{12}l^2}{2} = \frac{5}{24}l^2$$

Então,

$$A_{parte\ pintada} = A_{losango} + \frac{A_{losango}}{2} = \frac{5}{12}l^2 + \frac{5}{24}l^2 = \frac{8}{5}l^2$$

R: A mãe da Carla tem razão.

❖ <u>Algumas das possíveis resoluções da Tarefa – alínea a – mostrar que o pai tem razão</u>:

Hipótese 1 – Usando o argumento da mãe prova o argumento do pai:

c – comprimento do mosaico; l – largura do mosaico;

$c = 1{,}25\ l$

$$A_{mosaico} = c \times l = 1{,}25l \times l = 1{,}25l^2 = \frac{5}{4}l^2$$

Então,

$$A_{parte\ pintada} = metade\ da\ área\ do\ mosaico = \frac{A_{mosaico}}{2} = \frac{\frac{5}{4}l^2}{2} = \frac{5}{8}l^2$$

R: O pai da Carla também tem razão, porque a área pintada do mosaico é metade da área total domosaico.

Hipótese 2 – Partindo da área da parte não pintada do mosaico:

c – comprimento do mosaico; l – largura do mosaico;

$c = 1{,}25\, l$

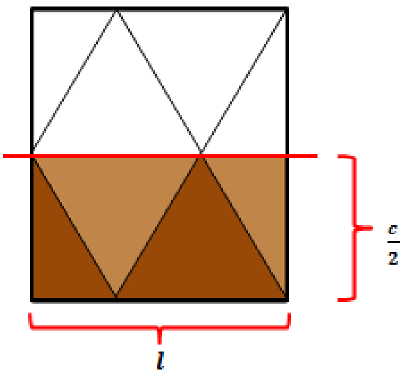
$$A_{mosaico} = c \times l = 1{,}25l \times l = 1{,}25l^2 = \frac{5}{4}l^2$$

$$A_{\tilde{N}\, pintada} = A_{mosaico} - A_{pintada} = \frac{5}{4}l^2 - \frac{5}{8}l^2 = \frac{10}{8}l^2 - \frac{5}{8}l^2 = \frac{5}{8}l^2$$

R: Como a área da parte não pintada é igual à área da parte pintada, então a área pintada do mosaico é metade da área total do mosaico, logo o pai da Carla também tem razão.

Hipótese 3 – Recorrendo à simetria de reflexão:

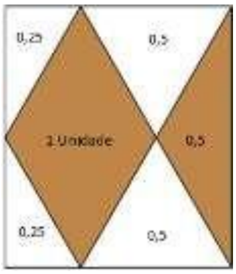
Se pudéssemos recortar a figura poderíamos reconstrui-la da seguinte forma:



R: O pai da Carla também tem razão, porque a área pintada do mosaico é metade da área total domosaico.

Hipótese 4 – Geometricamente:

Suponhamos que a $A_{losango}$ = 1 Unidade.



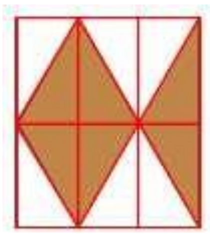
$A_{parte\ pintada}$ = 1 + 0,5 = 1,5 $unidades$

$A_{parte\ não\ pintada}$ = 0,25 + 0,25 + 0,5 + 0,5 = 1,5 $unidades$

R: Como ambas as áreas são iguais, então a área pintada é metade da área do mosaico, logo o pai da Carlatambém tem razão.

Hipótese 5 – Geometricamente:

Dividindo o mosaico em 12 triângulos retângulos escalenos (semelhantes e congruentes):



R: Obtemos seis triângulos pintados e seis triângulos brancos. Sabemos também que as áreas desses triângulos são iguais, então a área pintada é metade da área do mosaico, logo o pai da Carla também tem razão.

❖ <u>Algumas das possíveis resoluções da Tarefa – alínea b</u>:

Hipótese 1 – Algebricamente:

$A_{parte\ pintada}$ = 5,625dm^2 = 562,5cm^2

Pelo enunciado de a) sabemos que:

$$A_{parte\ pintada} = \frac{5}{8}l^2 \Leftrightarrow 562{,}5 = \frac{5}{8}l^2 \Leftrightarrow l^2 = \frac{562{,}5 \times 8}{5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow l^2 = \frac{4500}{5} \Leftrightarrow l^2 = 900 \Leftrightarrow l = \sqrt{900} \Leftrightarrow l = 30\ cm$$

R: A largura de um dos mosaicos do chão da cozinha da Carla é 30 centímetros.

Nota:

(1) Os alunos podem optar por só reduzir para centímetros no final, neste caso, obteríamos ... $\Leftrightarrow l^2 = 9 \Leftrightarrow l = \sqrt{9} \Leftrightarrow l = 3\ dm \Leftrightarrow l = 30\ cm$;

(2) Os alunos poderão desenvencilhar-se da raiz quadrada por tentativa erro.

Hipótese 2 – Algebricamente, mas utilizado um sistema:

Esta proposta de resolução é muito semelhante à anterior.

Os alunos poderão optar por esta resolução porque "os sistemas" foi a última matéria a ser lecionada.

$$\begin{cases} A_{parte\ pintada} = 5{,}625\ dm^2 \\ A_{parte\ pintada} = \frac{5}{8}l^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{matrix} \textit{Aplicando o método de substituição} \\ \textit{e os princípios de equivalência} \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} A_{parte\ pintada} = 5{,}625\ dm^2 \\ l = 3dm = 30cm \end{cases}$$

R: A largura de um dos mosaicos do chão da cozinha da Carla é 30 centímetros.

- Dificuldades na Tarefa – alínea a:

- Pode haver dificuldade na passagem da "área pintada é igual a $\frac{5}{8}$. do quadrado da medida da largura do mosaico" para a linguagem matemática. Para ultrapassar esta dificuldade deve confrontar-se o par da seguinte forma: "Quanto é o quadrado de 3?" e desta forma espera-se que o par responda 3^2. O objetivo é levar os alunos a compreenderem que ambas as expressões têm o mesmo significado.

- Os alunos poderão ter dificuldades em perceber o que significa da fração $\frac{5}{8}$. Para ultrapassar esta dificuldade podemos questionar o par: "O que significa $\frac{5}{8}$. de uma folha de papel A4?". O objetivo é levar os alunos a compreenderem que a fração representa a parte de um todo, podendo assim considerá-la como sendo mais uma representação de quantidade, ou seja, uma representação numérica.

- Alguns pares podem não saber como calcular a área de um losango. Para ultrapassar esta dificuldade podemos sugerir aos alunos para decompor o losango. O objetivo é levar os alunos a compreenderem que um losango pode dividir-se, por exemplo, em triângulos. E talvez seja mais fácil saber qual é a área de um triângulo.

- Alguns pares podem afirmar que a área do losango é o comprimento da diagonal maior vezes o comprimento da diagonal menor. Para ultrapassar esta dificuldade pode questionar-se os alunos da seguinte forma: “Qual é a área de um retângulo com a largura igual ao comprimento da diagonal menor e o comprimento igual à diagonal maior?”. O objetivo é levar os alunos a compreenderem que a área do um losango é metade da área de um retângulo cujos lados possuem o mesmo tamanho das diagonais do losango, e portanto, a área de qualquer losango é o semiproduto dos comprimentos das suas diagonais.

- Se a maioria dos alunos achar que só a mãe ou só o pai tem razão. Para ultrapassar esta dificuldade podemos sugerir aos alunos para ler a última frase da alínea a) (“…mostrem que ambos têm razão”).

- Pode haver dificuldades em saber qual a medida do comprimento da diagonal menor do losango do mosaico. Para ultrapassar esta dificuldade deve confrontar-se o par da seguinte forma: “Quais as características das diagonais do losango?”. O objetivo é levar os alunos a relembrar essas características, como por exemplo, que as suas diagonais são bissetrizes. E através desta característica estabelecer uma relação com a largura do mosaico.

- Caso os alunos, tenham dificuldades em (1) calcular o valor de expressões numéricas que envolvam números racionais; (2) simplificar expressões algébricas; (3) determinar o máximo divisor comum e o (4) mínimo múltiplo comum, deve-se questioná-los da seguinte forma: “Já consultaste o manual?”. O objetivo é tornar os alunos mais autónomos.

❖ <u>Dificuldades na Tarefa – alínea b</u>:

Nota: Depois de ultrapassadas as dificuldades da alínea a) esta alínea terá menos dificuldades.

- Os alunos poderão ter alguma dificuldade em fazer a redução de dm^2 para cm^2. Para ultrapassar esta dificuldade podemos devolver esta questionar à turma, de modo a, que seja a turma a responder.

- Alguns pares poderão ter dificuldades em desenvencilhar-se da raiz quadrada (matéria estudada no 7.º ano). Para ultrapassar esta dificuldade podemos questionar os pares da seguinte forma: “3 x 3 = 9 certo? Então quanto é a raiz quadrada de 9?” ou “900 é um quadrado perfeito? Qual a relação entre os quadrados perfeitos e a raiz quadrada?”. O objetivo é ajudar os pares a dar significado e a estabelecer conexão entre os quadrados perfeitos e as raízes quadradas.

- Caso os alunos, tenham dificuldades em (1) calcular o valor de expressões numéricas que envolvam números racionais; (2) simplificar expressões algébricas; (3) determinar o máximo divisor comum e o (4) mínimo múltiplo comum, deve-se questioná-los da seguinte forma: “Já consultaste o manual?”. O objetivo é tornar os alunos mais autónomos.

❖ Discussão e síntese da Tarefa (*45 minutos*)

Neste momento pede-se aos alunos que parem de trabalhar.

O professor deve pedir a alguns alunos que tenham estratégias, as mais variadas possíveis, para irem ao quadro escreve-las e explicá-las à turma (de preferência um de cada vez, mas se houver falta de tempo irão ao quadro dois alunos de cada vez). Caso só surja uma ou duas estratégias (tanto para a mãe como para o pai) o professor deve mostrar mais estratégias possíveis à turma.

A discussão será gerida pelo professor, mas vai ser o aluno responsável pelo par a apresentar a sua estratégia e espera-se que sejam os restantes alunos da turma a questionar o par que apresenta a resolução. Porém, caso seja necessário, o professor pode colocar questões como: “Concordam com a estratégia do(a) vosso(a) colega?”, “Como é que ele(a) pensou?” “Qual foi o ponto de partida?”, entre outras.

Como forma de ligação à apresentação de outra estratégia, o professor poderá colocar a questão: “Alguémutilizou outra estratégia?”.

Espera-se que os alunos participem procurando responder às dúvidas e questões que vão sendo colocadas pelos colegas. A maioria das questões servirão de síntese e de um revisitar dos conhecimentos já estudados (quer neste ano letivo, assim como, nos anos letivos anteriores).

Após a discussão da alínea b) o professor deve questionar os alunos da seguinte forma: “Turma, estamos perante uma equação de que grau?”. Desta a forma o professor começa, de uma forma muito suave e subtil, a introduzir o próximo capítulo a lecionar.

Como forma de concluir esta tarefa, o professor poderá “pegar” na solução da alínea b) e perguntar à turma: (1) “Que valores ao quadrado podem dar 9?”. O objetivo é levar os alunos a compreenderem que existem duas soluções para a equação de 2.º grau da alínea b). (2) “Se há duas soluções possíveis porque escolhemos apenas uma delas?”. O objetivo é levar os alunos a compreenderem o significado do +3 e do - 3, no contexto deste problema. (3) “Então uma equação do 2.º grau possível e determinada pode ter quantas soluções?”. O objetivo é levar os alunos a compreenderem a relação entre o expoente e as soluções de uma equação do 2.º grau possível e determinada.

❖ Extensão da Tarefa

Como extensão desta tarefa o professor poderá, sempre que achar oportuno, aproveitar momentos na discussão da tarefa, em grande-grupo, para fazer um *refresh* dos conceitos já trabalhados, nomeadamente:

- As propriedades e as regras das operações em Q;
- O uso de expressões numéricas que envolvam números racionais;
- Os polígonos e as respetivas características e áreas;
- As diversas decomposições de polígonos;
- Os diferentes papéis dos símbolos em Álgebra;
- A simplificação de expressões algébricas;
- O máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum;
- As diversas isometrias; entre outros que possam surgir.