



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



## DE VOLTA ÀS FUNÇÕES<sup>1</sup>

### Plano de Aula do dia 29 de fevereiro

**Ano/Turma:** 8.º<sup>2ª</sup>

**Domínio:** Gráficos de funções afins

**Conteúdos:** Revisão de conteúdos de funções do 7.º ano

**Data/hora:** 29 de fevereiro 2016 (90 minutos)

**Sumário:** Início do estudo da Unidade 5: Gráficos de funções afins.

### Objetivos Gerais:

Rever:

- Conceito de função e os diferentes tipos de representações para definir uma função;
- Noções de domínio, contradomínio, variável, (independente e dependente), abscissa, ordenada, origem;
- Noção de função constante, função linear, função afim.

### Estratégia Geral:

Realização de tarefa “De volta às funções”.

### Metodologia de trabalho:

- Trabalho em grupo/turma;
- Trabalho a pares.

### Estrutura da Aula:

A aula está dividida nos seguintes momentos:

- Entrada na sala de aula e indicação do sumário;

<sup>1</sup> RODRIGUES, A. F. A. **O raciocínio funcional de alunos de 8.º Ano na resolução de tarefas.** 2016. Lisboa: UNIVERSIDADE DE LISBOA - INSTITUTO DE EDUCAÇÃO. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/29612>



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



- Introdução com a apresentação da tarefa e método de trabalho;
- Trabalho autônomo dos alunos, realizado a pares, com a resolução das tarefas 1 e 2;
- Discussão coletiva das tarefas 1 e 2;
- Trabalho autônomo dos alunos, realizado a pares, com a resolução da tarefa 3;
- Discussão coletiva da tarefa 3;
- Síntese dos conceitos trabalhados em aula;
- Proposta de trabalho de exercícios do manual, caso os alunos terminem as tarefas antes do término da aula.

#### **Recursos a usar:**

- Ficha de trabalho com as tarefas- um enunciado para cada aluno com espaço para as respostas, dadas a canetas.
- Projetor e documentos a projetar, nomeadamente o enunciado da tarefa, e documento de síntese final.

#### **Contextualização:**

Esta será a primeira aula de 8.º ano dedicada ao subtópico “Gráficos de funções afins”. Pretende-se com a tarefa “De volta às funções” retomar o conceito de função como relação entre variáveis já trabalhado no 7.º ano. Assim como, rever os conceitos de: domínio, contradomínio, variável independente, variável dependente, origem e os diferentes tipos de representações de uma função. Fazer a análise de uma função de proporcionalidade direta, onde o consumo de combustível varia consoante a distância percorrida, e fazer a distinção entre função constante, linear e afim.

#### **Desenvolvimento da aula:**

##### **1. Início da aula/ Apresentação da ficha de trabalho (10 minutos)**

-Escrever o Sumário no quadro;

-Informar os alunos que nesta aula vão trabalhar a pares;

-Distribuir as fichas de trabalho, avisar que devem colocar o seu nome, usar os espaços reservados para as resoluções, e que os enunciados serão recolhidos no final da aula.

- Questionar a turma, sobre o que é uma função? O que é necessário para definir uma função? Como se pode representar uma função? Usar este momento para focar a turma na tarefa, tendo o cuidado de não validar as respostas, mas aproveitar os conhecimentos anteriores para motivar a adesão à tarefa. Ao longo destas questões, a professora vai



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



escrevendo palavras chave (indicadas pelos alunos) no quadro, como por exemplo, correspondência, domínio, etc, procurando que a turma lembre em grupo de trabalho, cada um desses conceitos e qual o seu significado no tema das funções.

(nesta fase tenho de pedir que seja fotografado o registro do quadro para confronto com o meu slide de síntese)

-Informar a turma que no final da aula, revisitaremos estes conceitos e outros que possam ter passado esquecidos e confirmaremos se as ideias transmitidas pela turma estavam ou não corretas.

### Revisão de conceitos:

-Dados os conjuntos A e B, define-se uma **função  $f$**  (ou aplicação) de A em B, quando a cada elemento  $x$  de A se associa um único elemento de B que se representa por  $f(x)$ . Aos elementos do conjunto A chamamos objetos e aos seus correspondentes, no conjunto de chegada, chamamos imagens.

-Designa-se uma função  $f$  de A em B por  **$f: A \rightarrow B$**  ou por  $f$ .

-O **domínio** de uma função é o conjunto dos objetos, representa-se por D.

-O **contradomínio** de uma função é o conjunto das imagens, representa-se por CD ou  $D'$ .

-O **gráfico** de uma função  **$f: A \rightarrow B$**  é o conjunto dos pares ordenados  $(x; y)$  com  $x \in A$  e  $y = f(x)$ . A variável  $x$  designa-se por variável independente e  $y$  por variável dependente.

-Função **constante**  $f: IR \rightarrow IR$ , tal que  $f(x) = b$ , com  $b \in IR$ , para cada  $x \in IR$ .

-Função **linear**  $f: IR \rightarrow IR$ , tal que  $f(x) = ax$ , com  $a \in IR$ , para cada  $x \in IR$ .

-Função **afim**  $f: IR \rightarrow IR$ , tal que  $f(x) = ax + b$ , com  $a, b \in IR$ , para cada  $x \in IR$ , onde  $a$  é o coeficiente de  $x$  e  $b$  é o termo independente.

### ➤ Formas de representar uma função:

- **Tabela:** indicando para cada objeto a imagem correspondente.
- **Diagrama de setas ou sagital**
- **Gráfico:** A partir de cada objeto  $x$  e respetiva imagem  $y$ , obtém-se um par ordenado  $(x, y)$ , representa-se por  $G_f$  o conjunto de todos os pares ordenados da função.
- **Gráfico cartesiano:** obtém-se marcando os pares ordenados  $(x, y)$  correspondentes da



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



função, no eixo das abscissas (eixo horizontal) marcam-se os valores das variáveis independentes,  $x$ , e no eixo das ordenadas (eixo vertical), marcam-se os valores das variáveis dependentes,  $y$ .

- **Expressão algébrica:** é uma expressão com variáveis que relaciona os objetos com as imagens.

- Pedir aos alunos para resolverem a tarefa a caneta e para fazerem as eventuais correções no momento de discussão coletiva, no caderno diário. Informar que dispõem de uma folha de papel milimétrico no final da ficha para as representações gráficas.

- Informar os alunos que dispõem de 15 minutos para resolver a tarefa 1 e 2. Decorrido este tempo será feita a discussão coletiva destas tarefas.

- Projetar a tarefa 1 e clarificar o que se pretende, questionando se existe alguma dúvida relativamente ao que é pedido.

## 2. Trabalho autónomo dedicado à tarefa 1 e 2. (15 minutos)

- A professora vai circular pela sala, monitorizando e garantindo a participação e o envolvimento dos alunos, usando o questionamento como forma de orientação, focando os alunos no objetivo da tarefa e promovendo a discussão entre os pares. Dando feedback e desafiando à refinação de argumentos e raciocínios, pedindo para justificarem cada um deles, mas tendo o cuidado de não reduzir o nível cognitivo da tarefa. Nesta fase, será também feita a seleção e sequenciação das produções a usar e apresentar na fase de discussão.

Relativamente aos objetivos, estratégias e dificuldades previstas na tarefa 1:

Na tarefa 1, pretende-se que os alunos relembrem quando é que uma correspondência é uma função, e contactem com as diferentes formas de as representar. Recordem os conceitos de conjunto de partida, conjunto de chegada, domínio e contradomínio.

**Resolução prevista:**

(A), (B) e (D) Cada correspondência é uma função porque a cada elemento do conjunto de partida corresponde um único elemento no conjunto de chegada.

(C), (E) e (F) Não representam funções, porque existe um elemento do conjunto de partida sem correspondência única no conjunto de chegada.

Domínio (A) =  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ; Contradomínio (A) =  $\{0, 1, 4\}$ ;

Conjunto. Partida (A) =  $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ; Conjunto. Chegada (A) =  $\{0, 1, 4, 5\}$

**Não é pedido, mas pode ser focado:**

Domínio (B) =  $\{-4, -3, -2, -1, 0\}$ ; Contradomínio (B) =  $\{3, 6, 9, 12\}$



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



---

Domínio  $(D)=\mathbb{R}$ , Contradomínio é de  $-2$  até  $+\infty$

**Dificuldades Previstas:**

- Não se lembrarem o que é o conjunto de partida e o conjunto de chegada;
  - Uma correspondência é função, quando cada elemento do conjunto de partida tem uma única correspondência no conjunto de chegada.
  - Na tabela, qual o significado de cada uma das colunas;
  - Na representação gráfica, qual é o conjunto de partida e o de chegada;
  - Em todas as correspondências é possível definir o conjunto de partida e conjunto de chegada;
  - Só nas funções se pode definir o domínio e o contradomínio;
  - O contradomínio nem sempre corresponde ao conjunto de chegada.
- Atividades do Professor:  
Questões orientadoras:
- O que é uma correspondência?
  - Quais os elementos envolvidos numa correspondência?
  - O que define uma função?
  - O que é o domínio de uma função? E o contradomínio?
  - Podes definir o domínio numa correspondência que não é função?
  - Porquê?

Relativamente aos objetivos da tarefa 2, estratégias e dificuldades previstas:

Objetivo, fazer a leitura de uma função na forma tabular, verificando se ela é ou não uma função. Identificar as variáveis envolvidas, identificando a variável independente como a distância a percorrer (km), e a variável dependente como o consumo de combustível (litros). Fazer a passagem da representação em tabela para a representação gráfica, interpretar o gráfico obtido. Perceber que está perante uma função de proporcionalidade direta, onde a constante de proporcionalidade é  $\frac{1}{8}$ , e qual o seu significado no contexto do problema, terminando com a formalização da expressão algébrica que a representa.

**Resolução prevista:**



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



<b>Distância</b>	<b>8</b>	<b>16</b>	<b>24</b>	<b>32</b>	<b>40</b>
<b>Consumo</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>

O consumo é função da distância percorrida, porque a cada distância percorrida corresponde um único valor de consumo.

Variável independente é a distância percorrida, a variável dependente é o consumo. A expressão algébrica da função de proporcionalidade direta é  $y = \frac{1}{8} x$

**Dificuldades Previstas:**

- Não perceberem a pergunta;
- Perceber que o consumo é função da distância, e o que representa.
  - Compreender o que é a variável independente e dependente. (Apresentar um exemplo). Por exemplo: A compra de uma certa quantidade de fruta, sabendo que o preço de um quilogramade maçãs é 1,20€, e questionar quem é a variável independente e a dependente e porquê...
  - Consumo ou distância, qual é a variável independente?
  - Fazer a passagem da representação em tabela para a gráfica.
  - Escrever a expressão algébrica que representa a função.
- Não perceberem que estão perante uma função de Proporcionalidade Direta.
  - Como se relacionam as duas variáveis.

Atividades do professor:

Questões orientadoras:

- Dois litros de combustível permitem percorrer que distância?
- E se percorreres 24 km, quantos litros de combustível são necessários?
- O que significar ser a variável independente?
- E a variável dependente?
- O que necessitas para fazer a representação gráfica?
- Que tipo de função representa esta tabela?
- Necessitas marcar todos os pontos obtidos?
- O que significa dizer que o consumo é função da distância?



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



- 
- Quando a distância percorrida aumenta o que acontece ao consumo?
  - O que é uma expressão algébrica?
  - Como podemos representar esta função por uma expressão algébrica?
  - Como se relacionam as duas variáveis, se a função é de Proporcionalidade Direta?

### **3. Discussão coletiva dedicada à tarefa 1 e 2. (20 minutos)**

#### **Tarefa 1:**

Projetar cada uma das correspondências, e explorar, conjunto de partida, conjunto de chegada, se é ou não função, e porquê, em caso afirmativo indicar o domínio, contradomínio

- (A) Explorar que o conjunto de chegada não coincide com o contradomínio. Se o elemento do conjunto de partida não tivesse correspondência, ainda seria função?
- (B) Explorar como seria o diagrama sagital da função.
- (C) O porquê de não ser função.
- (D) Explorar o porquê de ser função, qual o conjunto de partida e de chegada, domínio e contradomínio.
- (E) Porquê de não ser função, qual ou quais as imagens do elemento 5, desenhar o correspondente diagrama sagital.
- (F) O porquê de não ser função.

#### **Tarefa 2:**

Projetar a tabela no quadro, questionar quais os valores em falta, pedindo a justificação para cada um deles, a resposta terá de ser dada e validada pela turma, mas será escrita pela professora no quadro. Será explorado os vários pares ordenados da função, e a identificação da variável independente (distância) e variável dependente (consumo), assim como o comportamento da função. A representação gráfica será feita por um aluno, que tenha usado mais do que dois pontos para traçar o gráfico, explorando qual seria o número mínimo necessário para essa representação. Pedir para observarem a representação obtida e indicarem quais as características desta função (função de proporcionalidade direta), crescente, semirreta que passa na origem (a função só está definida para  $x$  maior ou igual a zero, será o momento para chamar a atenção para a necessidade de contextualizar o problema).

Nesta fase orientar a turma para concluir que o gráfico de uma função de proporcionalidade

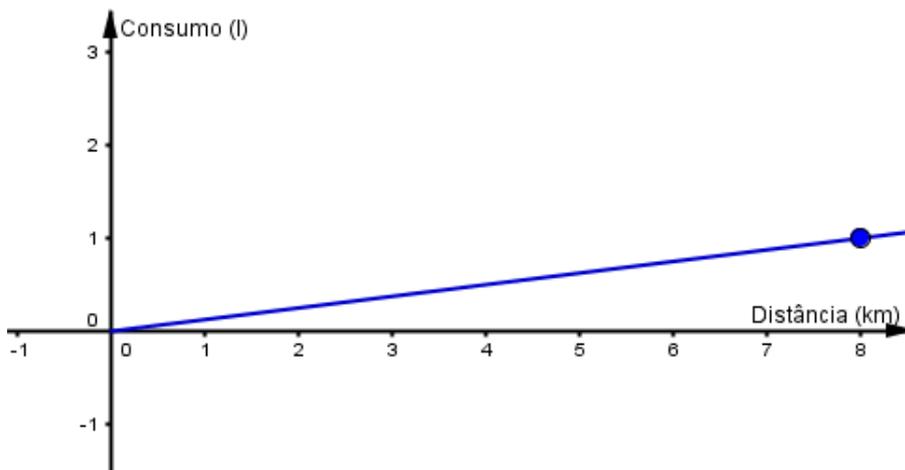


Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



direta está contida numa reta não vertical que passa na origem do referencial, isto é no gráfico de uma função linear.

Questionar se faria sentido no contexto do problema desenhar na parte negativa do eixo das abscissas e qual o significado da constante de proporcionalidade no contexto do problema. (significado da constante de proporcionalidade: O automóvel do Senhor Paulo consome 0,125 litros de combustível por cada quilometro percorrido)



#### 4. Trabalho autônomo dedicado à tarefa 3. (15 minutos)

-Informar os alunos que têm 15 minutos para realizarem a tarefa 3. Esclarecer eventuais dúvidas sobre o que é pedido.

-A professora vai circular pela sala, monitorizando e garantindo a participação e o envolvimento dos alunos, através do questionamento quer individual quer coletivo. Dando feedback e desafiando à refinação de argumentos e raciocínios, pedindo para justificarem cada um deles, mas tendo o cuidado de não reduzir o nível cognitivo da tarefa. Nesta fase, será também feita a seleção e sequenciação das produções a usar e apresentar na fase de discussão.

Relativamente aos objetivos, estratégias e dificuldades previstas na tarefa 3:

O objetivo desta tarefa é compreender e distinguir as diferentes funções (constante, linear e afim), perceber quais as características específicas de cada uma delas. Interpretar as suas representações gráficas e fazer a transição para a expressão algébrica.

#### Resolução prevista:

Função constante- $g(x)$ ; função linear- $f(x)$  e  $h(x)$ ; função afim- $i(x)$

$$i(0) = 1 ; h(-2) = -2 ; i(4) = -3 ; f(-2) = -4$$

**Questão 3.3**  $f(x) = 2x$  ;  $h(x) = x$  ;  $g(x) = -3$  ;  $i(x) = -x + 1$



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



Caso nesta questão surjam muitas dúvidas avisar os alunos que podem consultar a página 158 do manual, onde se encontra um resumo das principais diferenças entre estas funções.

### **Dificuldades Previstas:**

- Não saber distinguir função linear de função afim.
- Não reconhecer as correspondentes expressões algébricas;
- A função é decrescente então a constante  $a$  é negativa  $y = ax + b$
- Na interpretação de  $h(0)$ ;
- Em distinguir imagem de objeto;

Atividades do Professor:

Questões orientadoras:

- Quais eram as características da função da tarefa 2?
- Existe alguma função aqui representada com essas características?
- Quando falamos em constante, o que significa?
- Procura uma função com essa característica.
- Se substituíssemos um valor na variável independente  $x$ , qual a sua imagem?
- Esse ponto pertence a qual dos gráficos?
- Qual dos eixos representa o domínio da função? E o contradomínio?
- O que é o objeto? E a imagem desse objeto?

### **1. Discussão coletiva dedicada à tarefa 3. (15 minutos)**

Projetar a imagem da tarefa, questionar a turma, pedindo justificativa para cada uma das funções representadas, a resposta será dada e validada pela turma, mas é a professora que faz o registro no quadro. Na questão 3.2. pedir a um aluno para explicar qual o significado do que é pedido, e quais os valores correspondentes, questionando a turma sobre os resultados apresentados e a sua validação. Questionar se existe diferença quando o pedido é feito em linguagem matemática ou em linguagem natural. Na questão 3.3. pedir a um par de alunos para apresentar a sua resolução, escolhendo preferencialmente um grupo que tenha recorrido ao cálculo de valores para confirmar a expressão algébrica escolhida, e outro que tenha usado a representação gráfica.



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



---

## 2. Síntese final (15 minutos)

Usar os conceitos (palavras escritas no quadro) na fase de introdução da tarefa, formalizando os conceitos chave no tema das funções. Apresentar slide 1 com algumas hipóteses dessas palavras, e a respectiva formalização do conceito.

Apresentar slide 2, fazendo síntese de três formas de representar uma função e como pode ser feita a transição entre estas representações. Usar o slide 3 para rever as principais características das três funções trabalhadas em aula, usando as respectivas representações algébricas e gráficas, evidenciando as principais diferenças. (Não esquecer de referir que estou a apresentar alguns exemplos, para não transmitir a ideia errada **que a função linear tem sempre inclinação para a direta e que a função afim é ao contrário.**)

### Avaliação formativa:

A avaliação será realizada tendo em conta alguns elementos, como:

- Observação direta (atitudes reveladas, por exemplo, participação e adesão à tarefa).
- Registo áudio da atividade realizada por três pares de alunos.
- Produções elaboradas pelos alunos que decorrem da realização das tarefas (as fichas de trabalho serão recolhidas para posterior análise).