PLANO DE AULA - TAREFA 3: JOGO DO TREM [1]

1. Identificação

Nome: Vania Sara Doneda de Oliveira

Local: Colégio Estadual Marechal Rondon

Datas: 14/10 (introdução da tarefa e realização da tarefa)

16/10/2020 (discussão coletiva da tarefa e sistematização das aprendizagens)

Duração: no mínimo 90 minutos e no máximo 130 minutos para a fase de introdução da tarefa e realização da tarefa e no mínimo 40 minutos e no máximo 90 minutos para as fases de discussão coletiva da tarefa e sistematização das aprendizagens.

Unidade Temática: Números e Álgebra

Objetos de conhecimento: Números racionais (não negativos)

Conteúdo: Operações com Números racionais (não negativos)

Ano de Escolaridade: 6º ano do Ensino Fundamental Anos Finais

2. Objetivos

- Comparar frações;
- Compreender adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

3. Recursos Didáticos Tecnológicos

Internet, tarefa em arquivo pdf, Google Meet para reunião, Google Sala de aula, site com *applet* das barras *Cuisenaire*, mesa digitalizadora.

4. Desenvolvimento da Aula

A aula será desenvolvida na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática (EEM) que consiste em uma abordagem de ensino e aprendizagem centrado no aluno e diferente do ensino tradicional. Isto porque as práticas do EEM são orientadas por quatro dimensões: o inquiry, a reflexão, a comunicação e a colaboração. O *inquiry* admite que a aprendizagem ocorre na interação entre aquilo que é conhecido e desconhecido e; por meio de situações didáticas que conduzem à reflexão. A comunicação se apoia na interação social, e sustenta-se no diálogo entre professores e alunos para expressar ideias matemáticas e negociar significados. E a colaboração articula todas as demais dimensões por meio de diálogos

[1] OLIVEIRA, V.S.D. **Ensino Exploratório de Matemática e tecnologias digitais: Um olhar para a aprendizagem de frações na perspectiva da medição no contexto do ensino remoto.** 2021. Dissertação (PRPGEM - Universidade Estadual do Paraná). Campo Mourão, 2021. Disponível em: http://prpgem.unespar.edu.br/dissertacoes/resumos/vania-sara-doneda-de-oliveira

inquiridores que promovem a reflexão e a comunicação, no qual o conhecimento matemático é (re)elaborado para a resolução da tarefa.

Assim, o professor possui papel ativo durante todo o desenvolvimento da aula, mas de natureza diferente do ensino dito tradicional, isto porque além da escolha e preparo criterioso das tarefas, suas atitudes, comportamento e a forma de gerir e conduzir a aula demandam atenção e cuidado. Nesse sentido, a fim de orientar e organizar as ações do professor, os pesquisadores Canavarro, Oliveira e Menezes (2013) sugerem a aula em fases que Cyrino e Teixeira (2015) admitem como sendo quatro fases:

1ª) *Introdução da tarefa*. É o momento em que o professor explica como será o desenvolvimento da aula, a organização dos grupos, a forma como a tarefa será desenvolvida, o que acontecerá em cada fase seguinte bem como o tempo das fases de desenvolvimento e socialização da tarefa com a turma, quais os recursos disponíveis para auxiliar na resolução da tarefa, as formas de registro, como serão avaliados, além de estabelecer objetivos, procurando motivar e engajar os alunos para a resolução da tarefa.

2ª) *Realização da tarefa*. Nesta fase os alunos resolvem a tarefa em pequenos grupos, trocam ideias, estratégias, conhecimento matemático. O professor é bastante ativo, mas de forma diferente de uma aula tradicional. Para que essa fase seja bem-sucedida é indispensável que o professor se prepare antes de desenvolver essa fase em sala de aula. Essa preparação é no sentido de antecipar ideias, situações, dúvidas, conjecturas, equívocos, estratégias de resoluções dos alunos para que o professor saiba como agir e não valide ou refute ideias.

3ª) *Discussão coletiva da tarefa*. Para esse momento o professor deve selecionar, sequenciar e prever quais conexões estabelecer entre os grupos que apresentarão as resoluções da tarefa para a turma toda. O intuito é que toda a turma compreenda explicações e estratégias de resolução, sejam estas corretas ou não, para que na troca coletiva, novas negociações de significados possam emergir, promovendo a reflexão sobre as conclusões alcançadas.

4ª) *Sistematização das aprendizagens*. O papel do professor é planejar, estruturar e organizar as aprendizagens. Não basta sintetizar ideias, mas sim sistematizar e institucionalizar as aprendizagens matemáticas envolvidas em um processo de (re)construção com todos os sujeitos da sala de aula. Para isso, é importante que o professor solicite que os alunos façam os registros da sistematização, para que possam consultá-los para estudo ou utilizá-los em outras situações.

Optamos pela seguinte organização: a 1ª e 2ª fase ocorrerão com grupos de 3 a 6 alunos. Essas fases serão realizadas em sequência, em um mesmo dia, sendo necessários no mínimo 90 minutos e no máximo 130 minutos. Já para a 3ª e 4ª fase serão necessários no mínimo 40 minutos e no máximo 90 minutos e serão realizadas com todos os alunos. As

duas últimas fases ocorrerão em sequência, em um mesmo dia, mas em dia diferente da 1ª e 2ª fase.

4.1. Introdução da Tarefa

A professora iniciará a reunião via Google Meet explicando como será o desenvolvimento da aula, o tempo, a organização, recursos disponíveis, as fases seguintes de Realização da tarefa e Discussão coletiva da tarefa, além da forma de registro e a forma de avaliação. Será explicado aos alunos que todas as aulas serão gravadas, como lhes foi explicado na carta de informações ao sujeito de pesquisa, quando os alunos assinaram o termo de assentimento e os pais o termo de consentimento. Será ressaltada a importância do registro escrito, digitado ou fotografado e bem detalhado pelo grupo, já que alguns irão compartilhar e apresentar suas resoluções com a turma, no momento da fase de Discussão coletiva da tarefa. Após essa explicação será disponibilizada a tarefa ao grupo.

Como a proposta no primeiro item da tarefa é um jogo com as barras *Cuisenaire,* a professora acompanhará uma ou mais rodada do jogo a fim de esclarecer dúvidas quanto as regras do jogo .

4.2. Realização da Tarefa

Com o objetivo de nortear o desenvolvimento da tarefa prevendo possíveis ações por parte dos alunos e do professor, a perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática prevê a utilização de um quadro de antecipação/orientação para cada tarefa proposta. A professora usará o quadro de antecipação como referência de como (re)agir, o que esclarecer, como questionar sobre as estratégias de resolução da tarefa, como pedir justificativas para que os objetivos da tarefa sejam atingidos.

3) Acessem o link https://nrich.maths.org/cuisenaire/responsive.html

Vamos fazer o jogo do trem. Chamaremos de *vagão* cada barra e de *trem* o alinhamento horizontal de um ou mais *vagões*.

Para isso cada grupo deve se dividir em duplas ou jogam dois e um espera, para jogar na próxima rodada. Cada dupla ou jogador escolhe um vagão. O jogo do trem funciona assim:

- Cada dupla ou jogador só utilizará o vagão escolhido para jogar, ou seja, sempre a barra de mesma cor.

- O vagão escolhido por cada jogador (ou dupla) serão colocados alinhados verticalmente na tela.
- Inicia jogando quem escolher o vagão mais curto.
- Joga sempre quem tem o trem mais curto, até que fique com o trem maior que adversário.
- Os jogadores alternam a vez para jogar.
- O jogo acaba quando os trens ficarem do mesmo tamanho.
- Ganha o jogo a dupla ou jogador que colocar o último vagão.

Após jogarem algumas vezes respondam:

a) Qual(is) a(s) melhor(es) estratégia(s) para ganhar o jogo? Após a finalização de uma rodada do jogo, considerando cada um dos trens separadamente, escreva a fração que o vagão de cada trem representa em relação ao seu trem inteiro.

Ações do aluno	**Ações do professor**
Não conseguem responder, porque não compreendem alguma(s) regra(s) do jogo.	Acompanhar algumas rodadas e auxiliar nas regras do jogo.
Não sabem responder.	Questionar se jogaram várias vezes e sugerir para que registrem os resultados. Questionar se é melhor começar ou ser o segundo a jogar. Questionar se há relação entre o tamanho do vagão e quem ganha o jogo.
Respondem que utilizaram outras estratégias que não seja a escolha do vagão menor.	Questionar se isso sempre funciona. Pedir para que expliquem e demonstrem.
Respondem que sempre escolhem o vagão menor.	Questionar como concluíram isso. Questionar se isso funciona sempre. Questionar se é melhor começar ou ser o segundo a jogar.
Não escrevem corretamente a fração do vagão em relação ao trem inteiro	Questionar quanto é a medida total do trem em relação as barras brancas. Questionar que fração o vagão representa

Ações do aluno	Ações do professor
	em relação ao total de barras brancas.
Escrevem corretamente a fração do vagão em relação ao trem inteiro	

b) Observando as frações escritas no item *a*, construam trens do mesmo tamanho de cada vagão de cada um dos jogadores. Mas há uma condição: os trens devem ser da mesma cor. Escrevam as frações equivalentes, respectivas aos trens e vagões.

Ações do aluno	Ações do professor
Não entendem o que é para fazer.	Reler novamente o enunciado com os alunos. Pedir para que observem os trens formados de cada jogador ou dupla. Pedir para que mostrem o vagão e comuniquem que fração pode ser representada por esse vagão em relação ao trem inteiro.
Escrevem equivocadamente as frações que cada vagão de cada trem representa em relação ao trem inteiro.	Pedir para que expliquem como pensaram. Pedir para que mostrem o vagão e o trem. Perguntar que fração do trem inteiro o vagão representa.
Escrevem as frações que cada vagão de cada trem representa em relação ao trem inteiro.	Pedir para explicarem como pensaram. Questionar qual(is) barra(s), cor(es) de barra(s), podem ser utilizadas para estabelecer relações de equivalência entre os dois trens.
Não conseguem responder ou não entendem qual(is) barra(s), cor(es) de barra(s), podem ser utilizadas para estabelecer relações de equivalência entre os dois trens.	Lembrar que agora devem observar os trens e que podem usar barrar de outras cores, diferentes do vagão. Questionar se lembram o que é equivalência. Pedir para que tentem alinhar barras de mesma cor e verifiquem se há relações de equivalência entre os dois trens.

Ações do aluno	Ações do professor
Respondem escrevendo algumas relações de equivalência entre os dois trens.	Pedir para que expliquem como pensaram. Questionar se encontraram todas as relações possíveis de equivalência entre os dois trens.

c) Considerando as frações que o vagão de cada trem representa em relação ao seu trem inteiro do item *a*, qual dessas duas frações é maior?

Ações do aluno	Ações do professor
Comparam frações de mesma unidade de medida.	Pedir para que observe um vagão em relação ao seu trem inteiro após uma rodada do jogo. Questionar quais frações irão comparar e como poderiam verificar qual é a maior.
Comparam frações de unidades de medidas diferentes, mas não conseguem verificar que uma fração é maior que a outra.	Relembrá-los da sistematização da tarefa anterior e questionar como foi possível comparar frações. Questionar de que forma o jogo do trem poderia ajudar a verificar qual fração é maior.
Fazem a equivalência de frações de unidades de medidas diferentes para uma mesma unidade de medida e conseguem verificar que uma fração é maior que a outra.	Questionar como fizeram a equivalência das frações para mesma unidade de medida. Questionar como verificaram que uma fração é maior que a outra.
Comparam corretamente e conseguem verificar que uma fração é maior que a outra.	Questionar como fizeram para determinar qual fração é maior.
Comparam um vagão em relação ao outro vagão e observam qual é o maior.	Pedir para que representem e registrem detalhadamente e perguntar como fariam se tivessem apenas a representação fracionária.
Respondem que não tem nenhuma fração entre as duas frações do item *b*.	Pedir que expliquem como concluíram isso.

Ações do aluno	Ações do professor
Respondem que tem uma ou mais de uma fração entre as duas frações do item *b*.	Pedir para que registrem quais são. Questionar se não há outra fração entre essas apresentadas.
Respondem que tem infinitas frações entre as duas frações do item *b*.	Questionar como concluíram isso.

d) Considerando as frações que o vagão de cada trem representa em relação ao seu trem inteiro do item a, qual o resultado da soma dessas frações? Expliquem representando com as barras *Cuisenaire*.

Ações do aluno	Ações do professor
Não fazem a soma corretamente.	Questionar de que forma realizaram a soma. Questionar se realizaram as equivalências de cada fração de cada fração antes de realizarem a soma. Questionar se utilizaram as barras *Cuisenaire* para conferir a operação.
Fazem a soma corretamente.	Questionar de que forma realizaram a soma. Questionar se utilizaram as barras *Cuisenaire* para conferir a operação.

e) Considerando as frações que o vagão de cada trem representa em relação ao seu trem inteiro do item *a*, qual o resultado da subtração da fração maior menos a fração menor? Expliquem representando com as barras *Cuisenaire*.

Ações do aluno	Ações do professor
Não fazem a subtração corretamente.	Questionar de que forma realizaram a subtração. Questionar se realizaram as equivalências antes de realizar a subtração. Questionar se utilizaram as barras *Cuisenaire* para conferir a operação.

Ações do aluno	Ações do professor
Fazem a subtração corretamente.	Questionar de que forma realizaram a subtração. Questionar se utilizaram as barras *Cuisenaire* para conferir a operação.

4.3 Discussão coletiva da tarefa

Essa é a etapa mais desafiante para o professor, porque ele precisa além de organizar as apresentações de forma a atingir o objetivo da tarefa em um processo de (re)construção das relações matemáticas, estabelecendo conexões entre as apresentações, visando o desenvolvimento do conhecimento e pensamento matemático dos alunos.

Visto que a Realização da tarefa e a Discussão coletiva da tarefa ocorrerão em dias diferentes, com intervalo de ao menos um dia entres elas, os grupos que apresentarão serão selecionados pela professora considerando suas resoluções levando em consideração estratégias diferenciadas que foram desenvolvidas pelos grupos, sejam elas corretas ou equivocadas, as representações que sejam ou não eficazes, além de erros possíveis de serem explorados, e favoreçam as discussões e contribuam para atingir o objetivo da tarefa. Os critérios utilizados na seleção serão elencados a partir das resoluções e elencados e sistematizados posteriormente no quadro a seguir.

	Grupo 1	**Grupo 2**	**Grupo 3**	**Grupo 4**
Representação eficaz				
Representação não eficaz				
Erros a explorar				

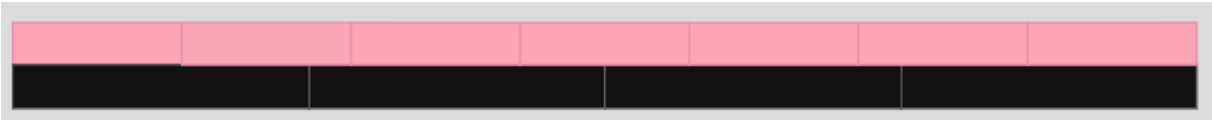
4.4 Sistematização das aprendizagens

Após finalizar a fase de Discussão coletiva da tarefa, na sequência, a professora iniciará a fase da Sistematização das aprendizagens tendo em mente as discussões coletivas da tarefa e as intervenções feitas pela professora durante as fases anteriores.

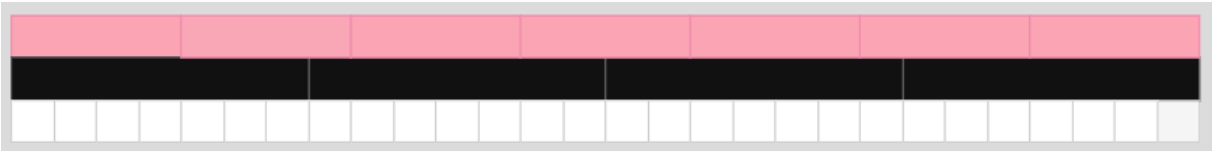
Para o item *a,* a professora pode chamar atenção para o que acontece no jogo com os trens cujas medidas das barras são múltiplas ou primas entre si, ou múltiplas de um

número comum às duas barras. Pode-se concluir então, que sempre a barra de menor medida vence o jogo.

Em relação ao item *b* da tarefa, os alunos precisaram escrever a fração que o vagão de cada trem representa em relação ao seu trem inteiro, além de determinar barras que sejam comuns aos dois trens de maneira que possam escrever frações equivalentes. Espera-se que eles já tenham certa autonomia para registrar equivalências de frações, visto que já foram trabalhadas em tarefas anteriores. No exemplo abaixo temos que $\frac{1}{7}$ é a fração que o vagão rosa representa em relação ao trem rosa. E, $\frac{1}{4}$ é a fração que o vagão preto representa em relação ao seu trem inteiro.



Para registrar relações de equivalência entre os trens, neste caso, só é possível utilizar as barras brancas:



$\frac{1}{7}=\frac{4}{28}$; $\frac{2}{7}=\frac{8}{28}$; $\frac{3}{7}=\frac{12}{28}$; $\frac{4}{7}=\frac{16}{28}$; $\frac{5}{7}=\frac{20}{28}$; $\frac{6}{7}=\frac{24}{28}$; $\frac{7}{7}=\frac{28}{28}$ e $\frac{1}{4}=\frac{7}{28}$; $\frac{2}{4}=\frac{14}{28}$; $\frac{3}{4}=\frac{21}{28}$; $\frac{4}{4}=\frac{28}{28}$

É possível que sejam utilizadas outras barras além das brancas para registrar frações equivalentes de outras combinações de trens, no entanto, é importante que os alunos percebam que as barras brancas servem para todas as combinações (divisor 1).

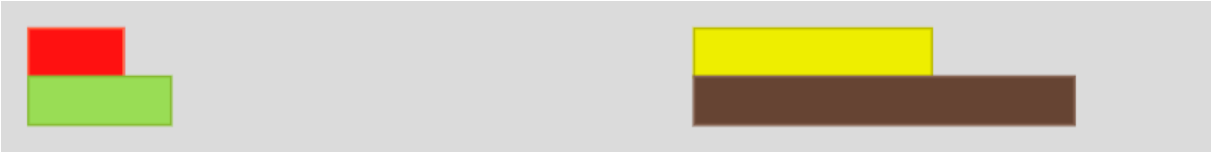
Na tarefa do item *c* foi solicitado que os alunos realizassem comparações entre frações unitárias (numerador igual a 1). É possível comparar as frações unitárias, como por exemplo, $\frac{1}{7}$ (rosa) e $\frac{1}{4}$ (preta) simplesmente observando o tamanho das medidas, neste caso, $\frac{1}{7}<\frac{1}{4}$ ou ainda $\frac{4}{28}<\frac{7}{28}$.

Ainda é possível concluir ao comparar frações unitárias (numerador 1) que quanto maior o denominador, menor a magnitude da fração. Exemplos: $\mathbf{\frac{1}{2}>\frac{1}{3}>\frac{1}{4}>\frac{1}{5}>\frac{1}{8}>\cdots\frac{1}{10}>\cdots\frac{1}{32}>\cdots\frac{1}{100}>\cdots}$

A professora também irá exemplificar frações com numeradores diferentes de um. Os alunos deverão registrar no caderno:

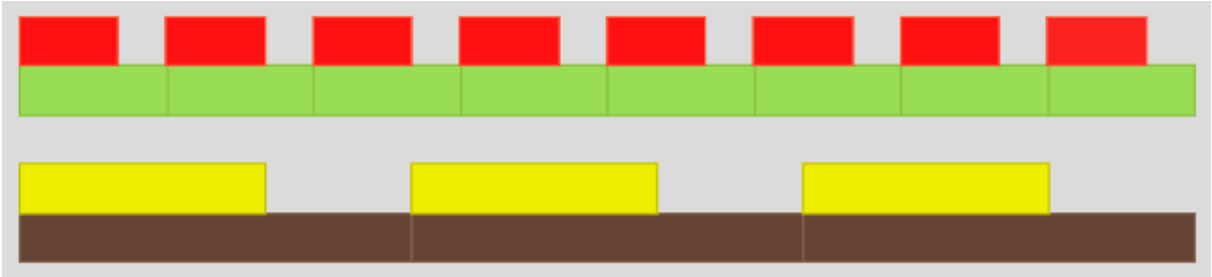
Para realizar a comparação de frações quando o numerador é diferente de um, precisamos seguir alguns passos. Por exemplo: qual fração é maior: $\frac{2}{3}$ ou $\frac{5}{8}$?

1º) Colocando na região do jogo as medidas $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{8}$.

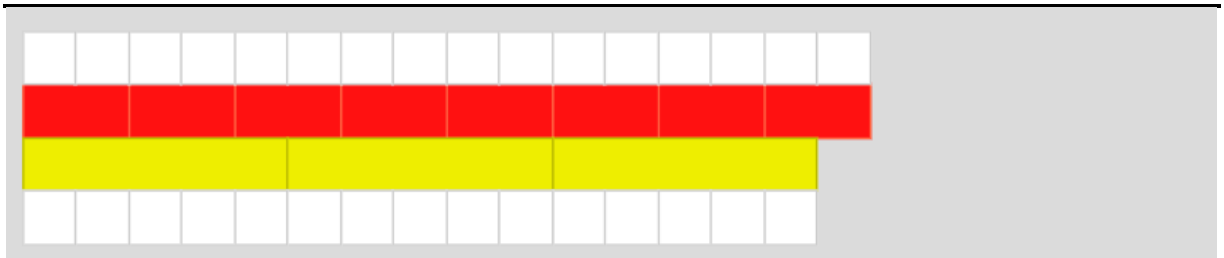


2º) Montamos a corrida do trem com os denominadores (barra verde-clara e marrom). Neste caso, são 8 vagões verde-claros e 3 vagões marrons, ou seja, fazemos a equivalência de frações utilizando a mesma unidade de medida.

3º) Fazemos a equivalência de frações. Para $\frac{2}{3}$ temos que para cada vagão (terço) verde-claro temos uma barra vermelha. Então se temos 8 vagões verde-claros (terço), temos também 8 vagões vermelhos. Para $\frac{5}{8}$ temos que para cada peça marrom temos uma barra amarela. Assim se temos 3 barras marrons, temos 3 barras amarelas.



4º) Alinhamos os trens de vagões vermelhos e trens de vagões amarelos. Podemos realizar a comparação: $\frac{2}{3}$ é maior que $\frac{5}{8}$, pois $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$ e $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$. comparando $\frac{16}{24}$ e $\frac{15}{24}$, temos que $\frac{16}{24}$ é maior.

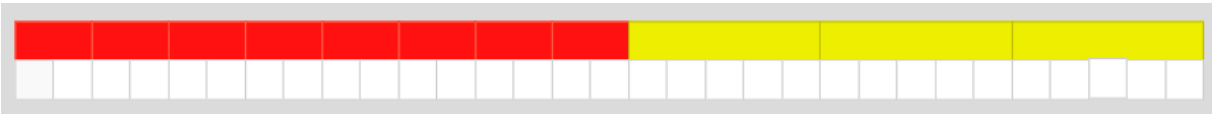


5º) Fazemos o registro matemático: $\frac{2}{3} > \frac{5}{8}$ ou $\frac{5}{8} < \frac{2}{3}$

É importante destacar para os alunos que uma das propriedades das frações é que nem a quantidade de dígitos no numerador ou denominador nem as magnitudes dos dígitos determinam a magnitude da fração: $\frac{2}{3} > \frac{5}{8}$ ou ainda $\frac{250}{4000} < \frac{1}{6}$.

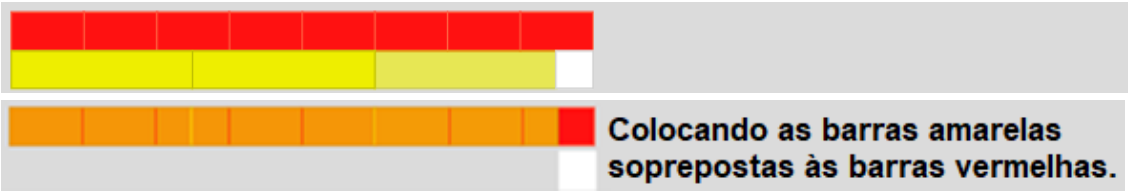
Ainda no item *c*, é possível questionar a quantia de frações existentes entre duas frações para que os alunos reflitam sobre a densidade dos números fracionários. Diferentemente do campo dos números naturais em que há sempre um sucessor imediato e um antecessor imediato (exceto para o número zero), os números fracionários não possuem nenhum antecessor ou sucessor imediato pois entre quaisquer frações existem infinitas outras frações. Entre $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{8}$ existe, por exemplo, este conjunto de frações: $\left\{\frac{2}{3}, \dots, \frac{63}{10}, \dots, \frac{16}{25}, \dots, \frac{13}{20}, \dots, \frac{131}{200}, \dots, \frac{5}{8}\right\}$.

Nos itens *d* e *e* da tarefa os alunos devem realizar respectivamente a adição e a subtração das frações. Para as duas operações a professora utilizará como exemplo as frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{5}{8}$. A soma poderá ser representada com as barras *Cuisenaire* da seguinte forma:



Ao alinhar todas as barras vermelhas e amarelas é possível usar as barras brancas para medir as outras duas cores e assim determinar o comprimento equivalente dos dois trens: 31 barras brancas. Portanto, somar $\frac{2}{3} + \frac{5}{8}$ é equivalente a somar $\frac{16}{24} + \frac{15}{24} = \frac{31}{24}$.

Já para a subtração, podemos sobrepor as peças, verificando que a diferença entre a maior fração e a menor é $\frac{2}{3} - \frac{5}{8}$ que é equivalente a $\frac{16}{24} - \frac{15}{24} = \frac{1}{24}$.



5. Avaliação

A avaliação ocorrerá durante todo o processo. Será observado o comprometimento, o engajamento, a interação e procedimentos individuais e coletivos durante as fases de desenvolvimento da aula. Os registros escritos das resoluções dos grupos serão enviados a professora, por meio da plataforma Google Sala de Aula e poderão ser alterados e/ou complementados após a Sistematização e novamente enviados para a professora por meio da mesma plataforma e, serão também considerados para a avaliação.