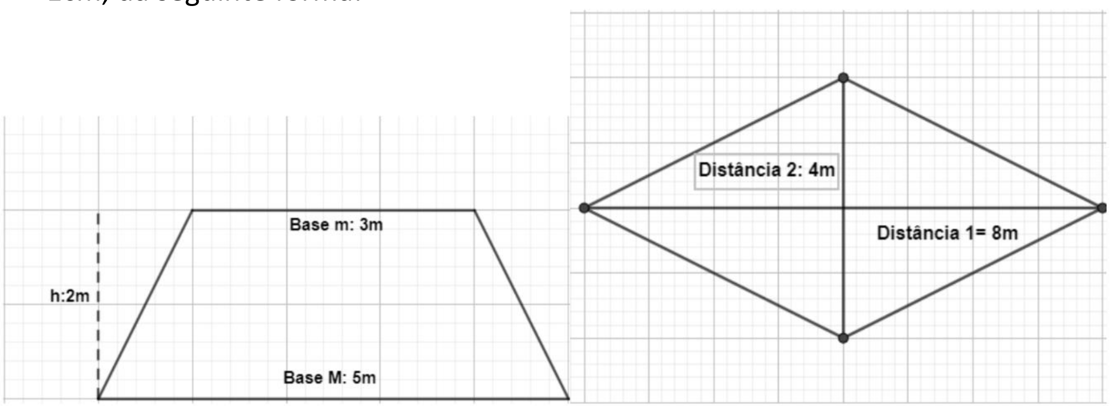
Tarefa 4 – Jardins

Conteúdo: Cálculo de área de polígonos regulares

Fonte: SOUZA, C. F. de. CALDART, V. L. S. **Planejamento das atividades do estágio de regência.** Universidade Estadual do Paraná – Campus União da Vitória. 2019.

Tarefa 4 – Jardins

1) Um jardineiro deseja plantar azaleias e girassóis em dois canteiros cujos formatos são, respectivamente, um trapézio e um losango. As dimensões de cada canteiro foram dispostas sobre uma malha quadriculada, respeitando a escala de 1m real para cada 1cm, da seguinte forma:



a) Utilizando os conhecimentos desenvolvidos nas aulas anteriores para o cálculo da área de polígonos regulares, encontre uma forma de obter a área disponível para o plantio nas figuras dispostas sobre a malha quadriculada.
b) Expresse em linguagem matemática, uma forma geral para calcular a área do trapézio e do losango, partindo do raciocínio utilizado na questão anterior.

Plano de aula

Duração:

- 2h/aula

Conteúdo:

- Cálculo de área de polígonos regulares

Ano de escolaridade:

- 8° ano do Ensino Fundamental

Objetivos:

- Compreender o processo de dedução das fórmulas dos polígonos regulares;
- Compreender o algoritmo para o cálculo de área de polígonos regulares;
- Diferenciar a nomenclatura dos polígonos, em função do seu número de lados e de ângulos internos.

Recursos:

Visando os objetivos indicados utilizaremos como materiais para o auxílio da resolução da tarefa, folhas de malha quadriculada, utilizadas para o desenho das projeções dos polígonos, bem como os itens necessários para a representação do mesmo (régua, lápis, transferidor, etc.).

Além da utilização do quadro negro para passar alguns exercícios e fazer a sistematização das aprendizagens dos alunos, eles usarão o quadro para comunicar suas resoluções para os colegas. Vale ressaltar que todas as tarefas serão entregues aos alunos a fim de que eles as resolvam nessa mesma folha, compondo o nosso material de avaliação.

Metodologia

Para a realização do estágio, definimos que serão utilizadas duas perspectivas metodológicas, o ensino exploratório e as aulas expositivas dialogadas. A composição de ambos se dá primeiramente no desenvolvimento dos conteúdos específicos definidos, donde utilizaremos tarefas exploratórias para a assimilação do saber matemático emergir das hipóteses desenvolvidas pelos alunos.

Das aulas expositivas, usaremos as listas de exercício, cujas questões terão nível de dificuldade gradual, visando aplicar em contextos definidos o saber matemático resultante das tarefas utilizadas. Das aulas expositivas dialogadas, pautados nas ideias de Libâneo (1994), o professor parte das experiências dos alunos em relação ao conteúdo em estudo, de 6 forma que os conteúdos apresentados durante a aula fomentem o conflito entre o saber existente do aluno e o conhecimento almejado.

Quanto ao ensino exploratório, Canavarro (2011, p. 11) diz que “os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias Matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva”.

Segundo Canavarro; Oliveira e Menezes (2012) uma aula de ensino exploratório é geralmente dividida em quatro etapas, que são: proposição da tarefa, exploração da tarefa, discussão coletiva e sistematização dos conteúdos emergidos.

A proposição da tarefa é a fase em que “o professor apresenta uma tarefa matemática à turma, a qual pode ser um problema ou investigação, exigindo interpretação por parte dos alunos. É papel do professor assegurar que os alunos entendam o que se espera que façam e que se sintam desafiados a trabalhar na tarefa” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012).

Durante a fase de exploração da tarefa “os alunos realizam a tarefa em duplas ou pequenos grupos e o professor deve garantir o desenvolvimento da mesma, contudo, tomando cuidado para não comprometer a autonomia dos alunos e sem diminuir a demanda cognitiva da tarefa” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012; CYRINO; OLIVEIRA, 2016). Vale ressaltar que durante esta fase, o professor deve realizar anotações de pontos interessantes apresentados pelos alunos, visando à fase de discussão coletiva.

Na discussão coletiva o professor “(...) tem de orquestrar a discussão, não apenas gerindo as intervenções e interações dos diferentes alunos, mas também promovendo a qualidade matemática das suas explicações e argumentações” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, p. 257). Nessa etapa é fundamental que o professor propicie um ambiente favorável à discussão entre o que fora desenvolvido e apresentado pelos alunos e o restante da turma.

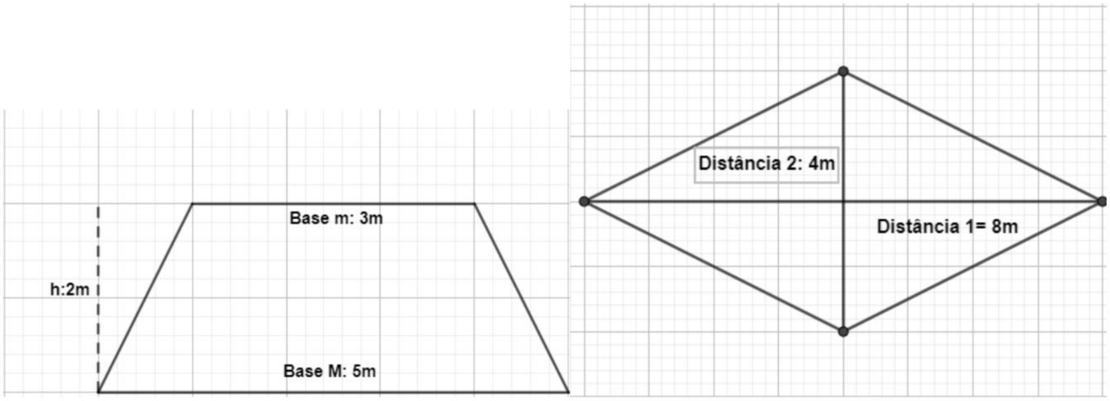
Em decorrência das discussões coletivas, o professor então inicia a sistematização do conteúdo, que é a fase “mais centrada no professor, uma vez que 7 ele vai formalizar os conteúdos e ideias que derivaram das resoluções da tarefa. Nessa fase podem surgir novos conceitos ou serem revistos e sintetizados outros conceitos e procedimentos já conhecidos pelos alunos, além de se estabelecer conexões entre o conteúdo abordado pela tarefa e outros tópicos e conteúdos matemáticos” (CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

DESENVOLVIMENTO

Iniciaremos a aula solicitando aos alunos que formem novamente grupos de no máximo três alunos. Distribuiremos as tarefas, entregaremos uma folha de malha quadriculada e será solicitado que algum aluno realize a leitura da problemática. Concomitante a isso, o outro professor desenhará no quadro as representações propostas pela tarefa.

Resolução da Tarefa 4 – Jardins

1) Um jardineiro deseja plantar azaleias e girassóis em dois canteiros cujos formatos são, respectivamente, um trapézio e um losango. As dimensões de cada canteiro foram dispostas sobre uma malha quadriculada, respeitando a escala de 1m real para cada 1cm, da seguinte forma:



a) Utilizando os conhecimentos desenvolvidos nas aulas anteriores para o cálculo da área de polígonos regulares, encontre uma forma de obter a área disponível para o plantio nas figuras dispostas sobre a malha quadriculada.

R: Espera-se que nesta questão os alunos após transcreverem a figura do trapézio eles identifiquem que do segmento apresentado para a altura representa a lateral de um retângulo, bem como a Base menor pode ser completada das suas extremidades até as paralelas laterais que formam o retângulo, assim sendo possível visualizar que a área do trapézio será dada pela diferença da área do retângulo com os dois triângulos formados.

Já para o losango se espera que os alunos decomponham-no em dois triângulos, associando que a distância maior será a base do mesmo e a metade da distância menor será a altura. Assim chegando que a área será dada pelo dobro do produto da área formada por um desses triângulos. É possível que surja a interpretação em que a distância menor seja utilizada como base e a metade da distância maior como altura, sendo utilizado o mesmo raciocínio para o cálculo.

b) Expresse em linguagem matemática, uma forma geral para calcular a área do trapézio e do losango, partindo do raciocínio utilizado na questão anterior.

R: Espera-se que nesta questão, os alunos sejam capazes de identificar que o cálculo da área do trapézio pode ser deduzido do cálculo da área do retângulo, subtraindo as composições de triângulos necessárias para formar o respectivo retângulo.

Para o losango, espera-se que eles associem o cálculo de área generalizado de cada triângulo, em seguida notem que existirão dois triângulos congruentes, assim sendo a área do losango a soma das áreas desses triângulos.

Assim se dará início a fase de desenvolvimento da tarefa, onde os professores estarão disponíveis para auxiliar os alunos a desenvolverem suas hipóteses em busca de solucionar a problemática da tarefa. Aproveitando também para deferir quais raciocínios acha pertinente de irem para a discussão coletiva.

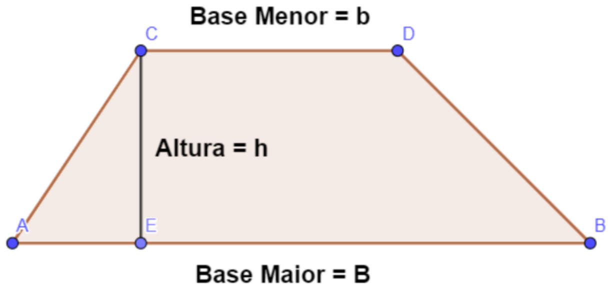
A Tarefa 4, Jardins, apresenta dois canteiros de flores, um em formato de trapézio e outro em formato de losango, nos quais deseja-se saber qual é a área disponível para o plantio. Espera-se que os alunos identifiquem que o trapézio pode ser inscrito dentro de um retângulo e que sua área possa ser obtida do produto da base pela altura desse retângulo projetado com a diferença de dois triângulos que não compõem o trapézio. Disso será possível deduzir que a base desses triângulos tem a medida que falta para que a base menor do trapézio seja igual a base maior, assim podendo reorganizar esses valores e chegar na metade do produto pela soma das bases.

O outro canteiro é um losango, com os respectivos segmentos perpendiculares em seu interior e suas medidas. Nesta figura espera-se que os alunos associem sua área com a composição de dois triângulos, escolhendo um dos segmentos para ser a base e a metade do outro para ser a altura. Assim calculando o dobro do produto dessas medidas e chegando que a área do losango pode ser escrita como a metade do produto da distância maior pela menor.

Assim então iniciaremos as discussões coletivas, alavancando os pontos interessantes para a definição da área do trapézio e do losango.

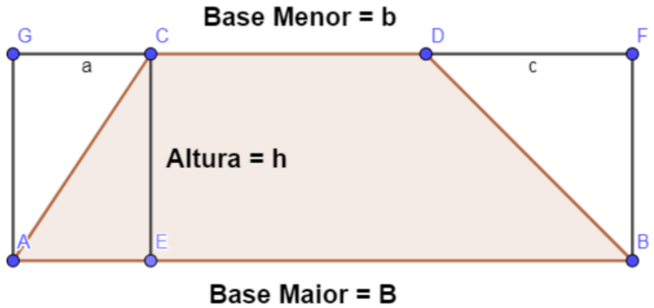
Sistematização

Após isso daremos seguimento à sistematização, utilizando as representações projetadas no quadro negro, substituiremos os valores do Trapézio, usando agora a Base maior B, base menor b e altura h. Disso, definiremos um trapézio ABCD qualquer, com as medidas ditas acima, obtendo tal figura geométrica:



Fonte: Os autores, 2019.

Na base menor somaremos dois segmentos x e c de forma que $B = a + b + c$. Projetaremos o segmento da altura em uma extremidade do trapézio e um segmento paralelo de mesma medida na outra extremidade. De forma:



Fonte: Os autores, 2019.

Assim obtendo um retângulo de base B e altura h. Sabemos que a área deste pode ser escrita como:

$$A_{ret} = B \cdot h$$
$$= (a + b + c) \cdot h$$

Disso a área entre o trapézio inscrito no retângulo pode ser obtida retirando os dois triângulos retângulos formados pelos segmentos a e c com as paralelas do retângulo construído e do trapézio. Disso:

$$A_{tra} = A_{ret} = A_{tri1} - A_{tri2}$$
$$= (a + b + c) \cdot h - \frac{a \cdot h}{2} - \frac{c \cdot h}{2}$$
$$= a \cdot h - \frac{a \cdot h}{2} + b \cdot h + c \cdot h - \frac{c \cdot h}{2}$$
$$= \frac{a \cdot h}{2} + b \cdot h + \frac{c \cdot h}{2} = \frac{a \cdot h + 2b \cdot h + c \cdot h}{2}$$

$$= \frac{h}{2} \cdot (a + 2b + c)$$

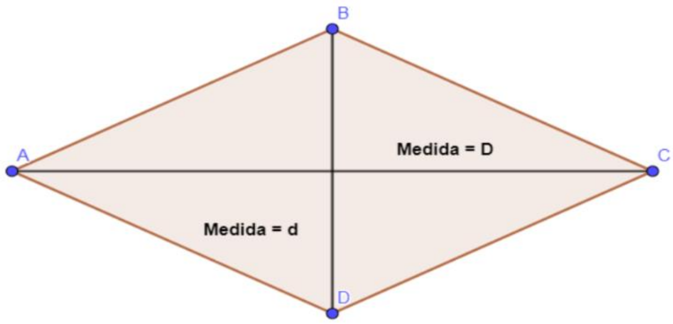
$$= \frac{h}{2} \cdot (a + b + c + b)$$

$$= \frac{h}{2} \cdot (B + b)$$

Após a dedução da fórmula da área do trapézio, iremos escrever no quadro negro uma definição sobre a área do trapézio, utilizaremos o conceito apresentado por Barbosa (2012, p.147):

- A área de um trapézio é a metade do produto do comprimento de sua altura pela soma dos comprimentos de suas bases.

Seguiremos com a sistematização da área do losango, desenhando novamente a representação de um losango ABCD qualquer, com medidas da distância maior D é representada por um segmento AC e a distância menor d representada pelo segmento BD, obtendo então:



Fonte: Os autores, 2019.

Iremos usar o segmento que representa a distância maior D como a base de um triângulo isósceles, como o losango possui os quatro lados iguais, os triângulos isósceles formados são congruentes, logo teremos que a área será dada por

$$A_{los} = 2 \cdot A_{tri}$$

A intersecção dos segmentos perpendiculares que delimitam as distâncias do losango, dá também o ponto central do mesmo, o que permite utilizá-lo como ponto médio do segmento escolhido. Assim utilizaremos a metade da medida de d como altura, pois ela está exatamente no meio da figura, ou seja, o segmento d pode ser dividido como $2h$ (o mesmo valeria caso utilizássemos D). Assim podemos utilizar:

$$b = d \ e \ h = \frac{d}{2}$$

Logo:

$$A_{los} = 2\frac{D \cdot \frac{d}{2}}{2}$$

$$= D \cdot \frac{d}{2} = \frac{D \cdot d}{2}$$

Assim iremos escrever no quadro negro uma definição para o cálculo de área do losango como:

- Área do losango é a metade do produto da distância maior D pela distância menor d.

Referências

BARBOSA, J. L. M. *Geometria Euclidiana Plana*. Rio de Janeiro. Editora SBM. 2012.

CANAVARRO, A.; OLIVEIRA H.; MENEZES, L.; Praticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática, 2012. Castelo de Vide. *Actas...* Porto Alegre: SPIEM, 2012, p. 255-266.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M.; Ensino Exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, M. C. C. T. (Org). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática*. Londrina: Eduel, 2016.

LIBÂNEO, J. C. *Didática*. São Paulo. Editora Cortez. 1994.