

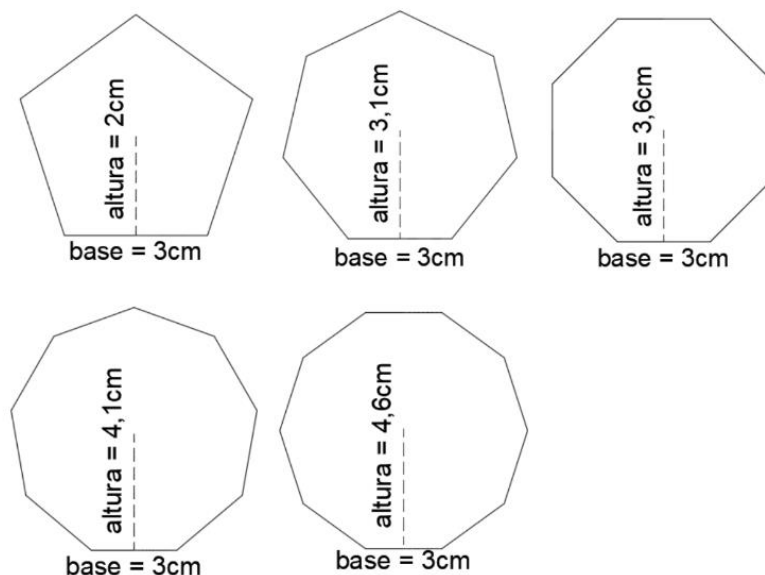
Tarefa 3 – Fábrica de bolachas

Conteúdo: Cálculo de área de polígonos regulares

Fonte: SOUZA, C. F. de. CALDART, V. L. S. **Planejamento das atividades do estágio de regência.** Universidade Estadual do Paraná – Campus União da Vitória. 2019.

TAREFA 3 – FÁBRICA DE BOLACHAS

- 1) Uma fábrica de bolacha decidiu inovar na sua produção, para isso redesenhou o formato de seus produtos, inspirando-se em polígonos regulares de vários lados. Para cada sabor foi associado uma forma geométrica. O sabor limão será a bolacha cujo formato será de um pentágono, já o morango terá formato de um heptágono, a baunilha formato de um octógono, o chocolate terá formato de eneágono e a avelã o formato de decágono. Para evitar o desperdício de recheio, a fábrica necessita saber precisamente qual a medida da área de cada formato das bolachas. Segue abaixo as representações fora de escala das mesmas:



Analisando as representações acima, responda:

- Qual figura geométrica pode ser utilizada para decompor as representações das respectivas bolachas? Por quê?
- Qual é a relação entre o número de lados de cada bolacha e a área de cada uma delas?



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



- c) Caso a fábrica deseje produzir bolachas com números maiores de lado, mas sempre seguindo a mesma maneira de calcular a área a ser recheada, expresse em linguagem matemática uma forma de associar a área dessa nova bolacha em função do seu número de lados, sua base e altura, respectivamente.

PLANO DE AULA

Duração:

- 2h/aula

Conteúdo:

- Cálculo de área de polígonos regulares

Ano de escolaridade:

- 8º ano do Ensino Fundamental

Objetivos:

- Compreender o processo de dedução das fórmulas dos polígonos regulares;
- Compreender o algoritmo para o cálculo de área de polígonos regulares;
- Diferenciar a nomenclatura dos polígonos, em função do seu número de lados e de ângulos internos.

Recursos:

Visando os objetivos indicados utilizaremos como materiais para o auxílio da resolução da tarefa, folhas de malha quadriculada, utilizadas para o desenho das projeções dos polígonos, bem como os itens necessários para a representação do mesmo (régua, lápis, transferidor, etc.).

Além da utilização do quadro negro para passar alguns exercícios e fazer a sistematização das aprendizagens dos alunos, eles usarão o quadro para comunicar suas resoluções para os colegas. Vale ressaltar que todas as tarefas serão entregues aos alunos a fim de que eles as resolvam nessa mesma folha, compondo o nosso material de avaliação.

Metodologia

Para a realização do estágio, definimos que serão utilizadas duas perspectivas metodológicas, o ensino exploratório e as aulas expositivas dialogadas. A composição de



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



ambos se dá primeiramente no desenvolvimento dos conteúdos específicos definidos, donde utilizaremos tarefas exploratórias para a assimilação do saber matemático emergir das hipóteses desenvolvidas pelos alunos.

Das aulas expositivas, usaremos as listas de exercício, cujas questões terão nível de dificuldade gradual, visando aplicar em contextos definidos o saber matemático resultante das tarefas utilizadas. Das aulas expositivas dialogadas, pautados nas ideias de Libâneo (1994), o professor parte das experiências dos alunos em relação ao conteúdo em estudo, de 6 forma que os conteúdos apresentados durante a aula fomentem o conflito entre o saber existente do aluno e o conhecimento almejado.

Quanto ao ensino exploratório, Canavarro (2011, p. 11) diz que “os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias Matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva”.

Segundo Canavarro; Oliveira e Menezes (2012) uma aula de ensino exploratório é geralmente dividida em quatro etapas, que são: proposição da tarefa, exploração da tarefa, discussão coletiva e sistematização dos conteúdos emergidos.

A proposição da tarefa é a fase em que “o professor apresenta uma tarefa matemática à turma, a qual pode ser um problema ou investigação, exigindo interpretação por parte dos alunos. É papel do professor assegurar que os alunos entendam o que se espera que façam e que se sintam desafiados a trabalhar na tarefa” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012).

Durante a fase de exploração da tarefa “os alunos realizam a tarefa em duplas ou pequenos grupos e o professor deve garantir o desenvolvimento da mesma, contudo, tomando cuidado para não comprometer a autonomia dos alunos e sem diminuir a demanda cognitiva da tarefa” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012; CYRINO; OLIVEIRA, 2016). Vale ressaltar que durante esta fase, o professor deve realizar anotações de pontos interessantes apresentados pelos alunos, visando à fase de discussão coletiva.

Na discussão coletiva o professor “(...) tem de orquestrar a discussão, não apenas gerindo as intervenções e interações dos diferentes alunos, mas também promovendo a qualidade matemática das suas explicações e argumentações” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, p. 257). Nessa etapa é fundamental que o professor propicie um ambiente favorável à discussão entre o que fora desenvolvido e apresentado pelos alunos e o restante da turma.

Em decorrência das discussões coletivas, o professor então inicia a sistematização do conteúdo, que é a fase “mais centrada no professor, uma vez que ele vai formalizar os conteúdos e ideias que derivaram das resoluções da tarefa. Nessa fase podem surgir novos



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



conceitos ou serem revistos e sintetizados outros conceitos e procedimentos já conhecidos pelos alunos, além de se estabelecer conexões entre o conteúdo abordado pela tarefa e outros tópicos e conteúdos matemáticos” (CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

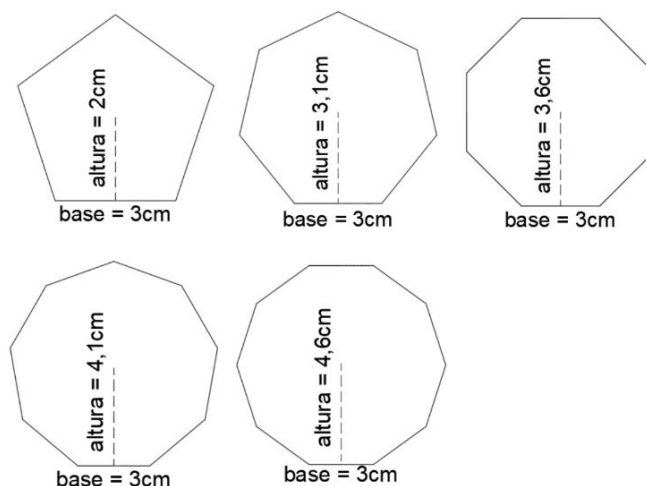
DESENVOLVIMENTO

Iniciaremos a aula solicitando aos alunos que formem novamente grupos de no máximo três alunos. Iremos propor então a Tarefa 3 - A Fábrica de Bolachas, distribuindo cópias para os grupos, junto destas cópias outra folha de malha quadriculada. Então um professor irá solicitar que algum aluno leia a tarefa a fim de esclarecer dúvidas quanto ao enunciado e a problemática.

Assim daremos início à fase de exploração da tarefa, onde novamente os professores estarão disponíveis para auxiliar os alunos no desenvolvimento de seus raciocínios, bem como coletando dados pertinentes a serem utilizados na discussão coletiva.

Resolução da Tarefa 3 – Fábrica de bolachas

- 1) Uma fábrica de bolacha decidiu inovar na sua produção, para isso redesenhou o formato de seus produtos, inspirando-se em polígonos regulares de vários lados. Para cada sabor foi associado uma forma geométrica. O sabor limão será a bolacha cujo formato será de um pentágono, já o morango terá formato de um heptágono, a baunilha formato de um octógono, o chocolate terá formato de eneágono e a avelã o formato de decágono. Para evitar o desperdício de recheio, a fábrica necessita saber precisamente qual a medida da área de cada formato das bolachas. Segue abaixo as representações fora de escala das mesmas:





Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Analisando as representações acima, responda:

- a) Qual figura geométrica pode ser utilizada para decompor as representações das respectivas bolachas? Por quê?

R: Espera-se que os alunos associem que cada polígono regular apresentado pela tarefa pode ser decomposto em triângulos isósceles congruentes. Pois o segmento que representa a altura está implicitamente fornecendo a apótema do polígono, permitindo encontrar o centro do mesmo, assim facilitando dividi-lo nos respectivos triângulos.

- b) Qual é a relação entre o número de lados de cada bolacha e a área de cada uma delas?

R: Espera-se que os alunos tenham dividido o polígono em triângulos isósceles e associem que a área total de cada polígono pode ser obtida pela soma do número de triângulos que os compõem. Ou ainda que associem o número de vezes que o triângulo isósceles se repete efetuando o produto da área do triângulo pelas vezes que o mesmo repete-se.

- c) Caso a fábrica deseje produzir bolachas com números maiores de lado, mas sempre seguindo a mesma maneira de calcular a área a ser recheada, expresse em linguagem matemática uma forma de associar a área dessa nova bolacha em função do seu número de lados, sua base e altura, respectivamente.

R: Espera-se que nesta questão, os alunos reúnam o conceito do cálculo da área de triângulo, com a decomposição das figuras em triângulos isósceles congruentes, efetuando o produto do número desses triângulos (ou lados do polígono) pela área do respectivo triângulo. Deduzindo assim a fórmula:

$$A_{pol} = \frac{n \cdot b \cdot h}{2}$$

onde n é o número de lados do polígono, b é a base e h a altura.

A Tarefa 3 (A Fábrica de Bolachas) apresenta aos alunos a contextualização de uma fábrica que visa inovar, produzindo bolachas com formatos de polígonos regulares com mais do que quatro lados, contudo sempre sendo extremamente precisa no seu recheio, que por sua vez depende da área de cada bolacha. A intencionalidade existente é de que eles reconheçam que os polígonos com diferentes números de lados são na realidade composições de vários triângulos isósceles de base delimitada, porém com altura que sempre aumenta quando o número de lados aumenta. Devido à falta de conhecimento matemático (relações



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



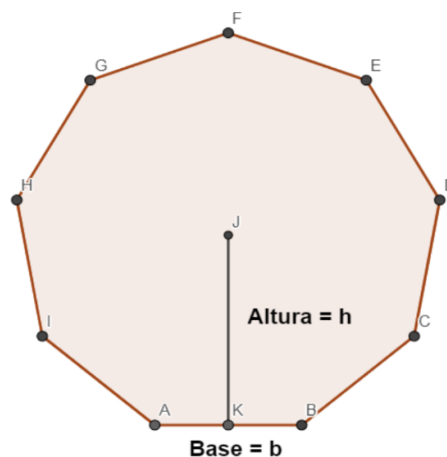
trigonométricas no triângulo retângulo), nos limitaremos a trabalhar o conceito de altura, ou ainda a nomenclatura correta, apótema, porém sem expressar matematicamente a forma de obtê-la. Sendo assim esperamos que a ideia de abstração do cálculo da área de um polígono regular com vários lados seja entendida como o produto da área dos n triângulos que o compõem.

Seguido da etapa de resolução da tarefa, iremos selecionar grupos que tenham chegado à forma de calcular a área dos polígonos regulares e pediremos para que eles apresentem seus raciocínios à turma.

Sistematização

Assim, poderemos seguir então à última etapa, que será a sistematização. Desta vez não utilizaremos nenhuma proposição matemática registrada em livros, como aqui faltam noções matemáticas referentes às relações no triângulo retângulo (seno e cosseno), seguiremos a dedução da área do polígono de n lados como a composição de n triângulos isósceles. Note que esta carência nos obriga a sempre propor valores para a base do polígono bem como sua apótema, vide as figuras da tarefa 3.

No quadro negro, começaremos projetando um polígono ABCDEFGHI de base b e altura h de tal forma:



Fonte: Os autores, 2019.

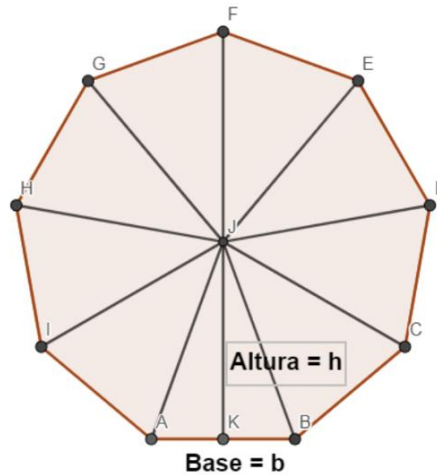
Então iremos decompor o polígono a partir do seu centro (dado como o ponto oposto a extremidade do segmento que parte da base) em triângulos isósceles (apenas porque o polígono é regular), para isso traçaremos segmentos desse centro até cada um dos vértices,



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



de forma que não haja a sobreposição de polígonos triangulares (conceito II). Segue o polígono:



Fonte: Os autores, 2019.

Então teremos a figura decomposta em n triângulos isósceles, assim podemos definir que a área dele será dada pela soma de todas as áreas desses triângulos que esse polígono. Porém como eles são congruentes, temos que as áreas são iguais, logo podemos resumir essa soma como o produto dos n triângulos pela área de um deles. Assim obtendo que:

$$A_{pol} = \frac{n \cdot b \cdot h}{2}$$

Porém por serem regulares, todos os lados possuem a mesma medida, assim o produto da base pelo número de lados é também o perímetro da figura, logo

$$n \cdot b = p$$

Bem como por serem formados por triângulos isósceles temos que a altura coincide com o apótema, disso $h = a$, portanto, podemos reescrever a fórmula anterior como:

$$A_{pol} = \frac{p \cdot a}{2}$$

Assim chegaremos que a área de um polígono regular qualquer é o produto de seu Perímetro pela medida da apótema. Encerrada a fase da sistematização, iremos recolher as tarefas desenvolvidas em aula.

Referências



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



CANAVARRO, A.; OLIVEIRA H.; MENEZES, L.; Práticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática, 2012. Castelo de Vide. *Actas...* Porto Alegre: SPIEM, 2012, p. 255-266.

CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M.; Ensino Exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, M. C. C. T. (Org). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática*. Londrina: Eduel, 2016.

LIBÂNEO, J. C. *Didática*. São Paulo. Editora Cortez. 1994.