



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



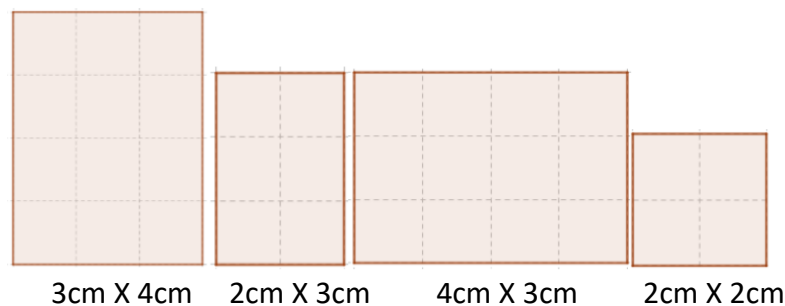
Tarefa 1 - Tatame

Conteúdo: Cálculo de área de polígonos regulares

Fonte: SOUZA, C. F. de. CALDART, V. L. S. **Planejamento das atividades do estágio de regência.** Universidade Estadual do Paraná – Campus União da Vitória. 2019.

TAREFA 1 - TATAME

- 1) Roberto trabalha com o arranjo de tatames de EVA. Cada peça do tatame possui uma medida de $1\text{m} \times 1\text{m}$, com área total de 1m^2 . Recentemente Roberto foi contratado por quatro academias diferentes. Na hora de realizar a contagem do número de peças de tatame necessárias, ele decidiu transpor as dimensões das academias na malha quadriculada, respeitando a escala que para cada 1m real é utilizado 1cm da malha.



Analisando as transposições realizadas por Roberto na malha quadriculada, responda:

- Quantas peças de tatame foram necessárias para preencher a área de cada academia? Qual é a relação entre as áreas das academias e das peças de tatame?
- Expresse uma relação entre a base e a altura das representações transcritas para a malha quadriculada em função da representação das peças de tatame utilizadas para preencher sua área.
- A partir das questões anteriores, expresse em linguagem matemática uma forma geral de calcular a área do retângulo.

PLANO DE AULA

Duração:

- 2h/aula



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Conteúdo:

- Cálculo de área de polígonos regulares

Ano de escolaridade:

- 8º ano do Ensino Fundamental

Objetivos:

- Compreender o processo de dedução das fórmulas dos polígonos regulares;
- Compreender o algoritmo para o cálculo de área de polígonos regulares;
- Diferenciar a nomenclatura dos polígonos, em função do seu número de lados e de ângulos internos.

Recursos:

Visando os objetivos indicados utilizaremos como materiais para o auxílio da resolução da tarefa, folhas de malha quadriculada, utilizadas para o desenho das projeções dos polígonos, bem como os itens necessários para a representação do mesmo (régua, lápis, transferidor, etc.).

Além da utilização do quadro negro para passar alguns exercícios e fazer a sistematização das aprendizagens dos alunos, eles usarão o quadro para comunicar suas resoluções para os colegas. Vale ressaltar que todas as tarefas serão entregues aos alunos a fim de que eles as resolvam nessa mesma folha, compondo o nosso material de avaliação.

Metodologia

Para a realização do estágio, definimos que serão utilizadas duas perspectivas metodológicas, o ensino exploratório e as aulas expositivas dialogadas. A composição de ambos se dá primeiramente no desenvolvimento dos conteúdos específicos definidos, donde utilizaremos tarefas exploratórias para a assimilação do saber matemático emergir das hipóteses desenvolvidas pelos alunos.

Das aulas expositivas, usaremos as listas de exercício, cujas questões terão nível de dificuldade gradual, visando aplicar em contextos definidos o saber matemático resultante das tarefas utilizadas. Das aulas expositivas dialogadas, pautados nas ideias de Libâneo (1994), o professor parte das experiências dos alunos em relação ao conteúdo em estudo, de 6 forma que os conteúdos apresentados durante a aula fomentem o conflito entre o saber existente do aluno e o conhecimento almejado.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Quanto ao ensino exploratório, Canavarro (2011, p. 11) diz que “os alunos aprendem a partir do trabalho sério que realizam com tarefas valiosas que fazem emergir a necessidade ou vantagem das ideias Matemáticas que são sistematizadas em discussão coletiva”.

Segundo Canavarro; Oliveira e Menezes (2012) uma aula de ensino exploratório é geralmente dividida em quatro etapas, que são: proposição da tarefa, exploração da tarefa, discussão coletiva e sistematização dos conteúdos emergidos.

A proposição da tarefa é a fase em que “o professor apresenta uma tarefa matemática à turma, a qual pode ser um problema ou investigação, exigindo interpretação por parte dos alunos. É papel do professor assegurar que os alunos entendam o que se espera que façam e que se sintam desafiados a trabalhar na tarefa” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012).

Durante a fase de exploração da tarefa “os alunos realizam a tarefa em duplas ou pequenos grupos e o professor deve garantir o desenvolvimento da mesma, contudo, tomando cuidado para não comprometer a autonomia dos alunos e sem diminuir a demanda cognitiva da tarefa” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012; CYRINO; OLIVEIRA, 2016). Vale ressaltar que durante esta fase, o professor deve realizar anotações de pontos interessantes apresentados pelos alunos, visando à fase de discussão coletiva.

Na discussão coletiva o professor “(...) tem de orquestrar a discussão, não apenas gerindo as intervenções e interações dos diferentes alunos, mas também promovendo a qualidade matemática das suas explicações e argumentações” (CANAVARRO; OLIVEIRA; MENEZES, 2012, p. 257). Nessa etapa é fundamental que o professor propicie um ambiente favorável à discussão entre o que fora desenvolvido e apresentado pelos alunos e o restante da turma.

Em decorrência das discussões coletivas, o professor então inicia a sistematização do conteúdo, que é a fase “mais centrada no professor, uma vez que ele vai formalizar os conteúdos e ideias que derivaram das resoluções da tarefa. Nessa fase podem surgir novos conceitos ou serem revistos e sintetizados outros conceitos e procedimentos já conhecidos pelos alunos, além de se estabelecer conexões entre o conteúdo abordado pela tarefa e outros tópicos e conteúdos matemáticos” (CYRINO; OLIVEIRA, 2016).

DESENVOLVIMENTO

Apresentaremos um resumo breve sobre a metodologia que escolhemos para propor as tarefas, bem como cada fase existente acontecerá.



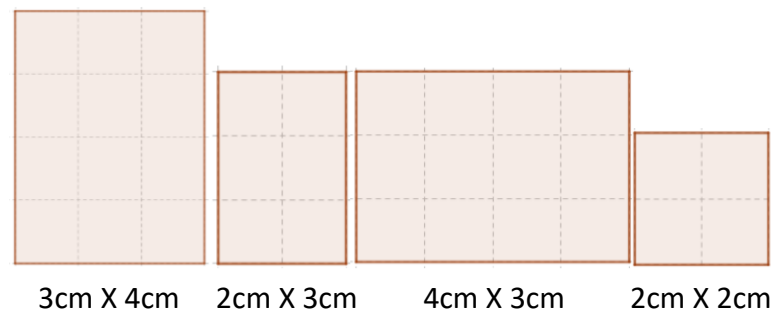
Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Falaremos que nas tarefas propostas haverá algumas questões explicando o que deve ser feito e que todo o raciocínio empregado para a obtenção da resposta deve ser relatado e anexado junto da mesma. Junto disso, explicaremos que a avaliação se dará por um processo contínuo, logo todo o envolvimento em sala de aula contará para a nota individual de cada um. O quesito envolvimento será analisado individualmente, composto pelo engajamento que o aluno demonstrar em tentar resolver as tarefas, pela participação que o aluno demonstrar durante as fases de discussões e apresentações das tarefas. Após essa conversa, iniciaremos com a primeira tarefa, que será:

Resolução da Tarefa 1 - Tatame

- 1) Roberto trabalha com o arranjo de tatames de EVA. Cada peça do tatame possui a medida de 1m X 1m, com área total de 1m². Recentemente Roberto foi contratado por quatro academias diferentes. Na hora de realizar a contagem do número de peças de tatame necessárias, ele decidiu transpor as dimensões das academias na malha quadriculada, respeitando a escala que para cada 1m real é utilizado 1cm da malha.



Analisando as transposições realizadas por Roberto na malha quadriculada, responda:

- a) Quantas peças de tatame foram necessárias para preencher a área de cada academia?
Qual é a relação entre as áreas das academias e das peças de tatame?

R: São necessárias, respectivamente, 12, 6, 12, 4 peças de tatame para preencher a área de cada academia. Também se espera nessa questão que os alunos associem que o número de peças de tatame utilizado para preencher a área que representa cada academia é igual ao valor da área total de cada academia.

- b) Expresse uma relação entre a base e a altura das representações transcritas para a malha quadriculada em função da representação das peças de tatame utilizadas para preencher sua área.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



R: Nesta questão espera-se que os alunos associem que o comprimento da base e da altura representa os valores que quando multiplicados resultam na área dos retângulos representados.

- c) A partir das questões anteriores, expresse em linguagem matemática uma forma geral de calcular a área do retângulo.

R: Espera-se que os alunos abstraíam o conceito desenvolvido nas questões anteriores associando que a área do retângulo pode ser descrita como $A_{ret} = b \cdot h$, onde A_{ret} é a área do retângulo, b é a base e h é a altura.

A tarefa Tatame propõe a dedução da fórmula para o cálculo da área do retângulo. Para que possamos desenvolvê-la com a turma, solicitaremos primeiro que eles reúnam-se em grupos de no máximo três integrantes. Após isso distribuiremos uma cópia da tarefa por grupo, junto desta cópia será entregue uma folha de malha quadriculada. Então desenharemos no quadro as quatro representações solicitadas pela tarefa, para que assim os alunos possam visualizar quais as dimensões das figuras que eles deverão transcrever para a malha quadriculada. Concomitante à realização do desenho das representações por um dos professores, o outro irá solicitar que algum aluno leia a problemática da tarefa, para o esclarecimento das dúvidas emergentes da problemática proposta.

Dado o início da resolução da tarefa por parte dos alunos, estaremos disponíveis para auxiliá-los durante o processo de formulação das hipóteses que satisfazem o que fora solicitado.

Evidenciamos aqui que a tarefa Tatame busca a conceitualização da área do retângulo. Para isso ela exige uma estratégia de resolução na qual os grupos deverão dividir cada figura apresentada na composição de representações de quadrados cujas arestas medem 1cm e tem área de 1cm². Desta composição será possível que eles deduzam que o número de representações de quadrados utilizados para preencher toda a área do retângulo é igual à própria área do retângulo. Partindo disso, é possível notar que a base do retângulo representado e preenchido pelas representações dos quadrados mencionados será proporcional, se o retângulo possui X cm de base, então serão necessários X representações de quadrados para completar esta base. Já a altura será associada a quantia de vezes que será preciso repetir a fileira de quadrados da base a fim de preencher a imagem toda. Disso extrai-se que a área do retângulo será dada pelo produto do número de quadrados utilizados preencher o comprimento da base pelo número de vezes, altura, que ele é repetido.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq

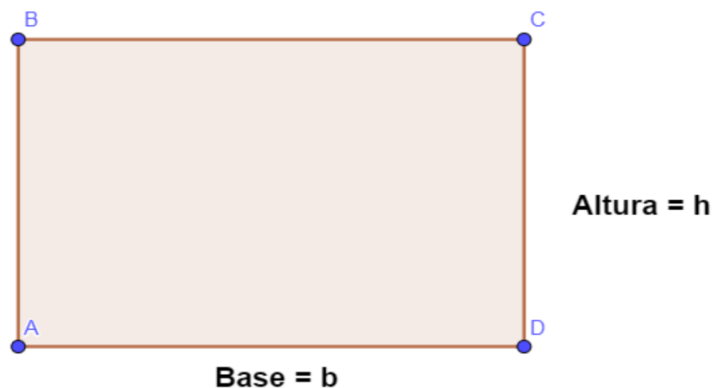


Após a etapa de resolução da tarefa, onde iremos selecionar hipóteses interessantes e que se associem ao intuito da tarefa. Solicitaremos que alguns grupos apresentem para a turma o raciocínio empregado para encontrar a área do retângulo, bem como o algoritmo geral para um retângulo qualquer.

Sistematização

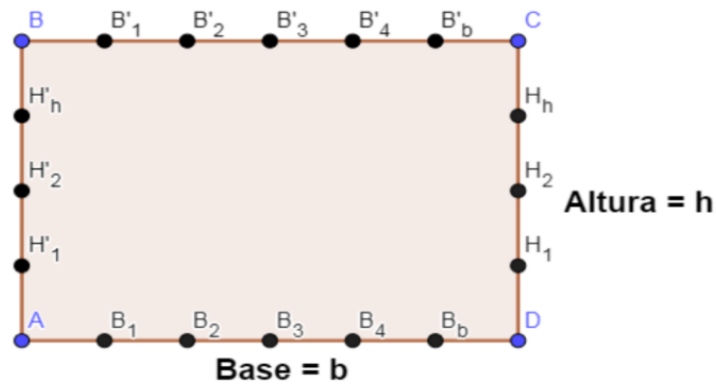
Depois dessa etapa, iniciaremos a sistematização, apresentando uma dedução da fórmula da área do retângulo e uma definição geral do conceito de área de um polígono. Para isso utilizaremos o quadro negro, onde será desenhada a representação de um retângulo ABCD qualquer com dimensões base b e altura h .

Segue a representação de um retângulo ABCD qualquer de base b e altura h :



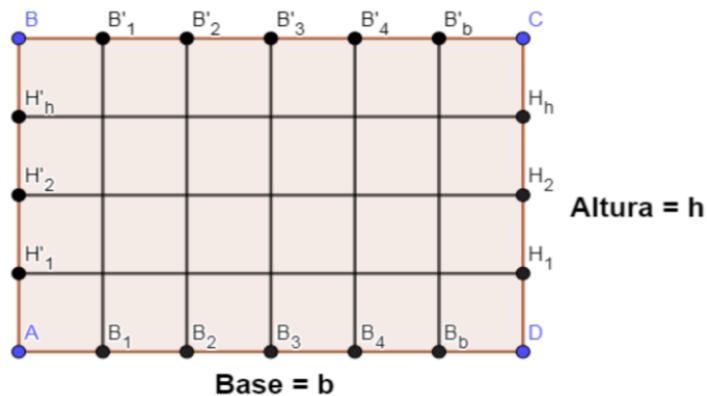
Fonte: Os autores, 2019.

Iremos dividir o segmento da base e da altura desse retângulo em segmentos de comprimento 1, realizaremos o mesmo processo para os segmentos paralelos a eles. Assim obtendo:



Fonte: Os autores, 2019.

Então iremos traçar segmentos paralelos a AB de extremidades $B_1B'_1$ até $B_bB'_b$, também traçaremos segmentos paralelos a AD de origem $H_1H'_1$ até $H_hH'_h$, dividindo assim o retângulo em vários quadrados com 1 unidade de área. Dessa forma:



Fonte: Os autores, 2019.

Disso é possível escrever que a área deste retângulo é obtida pela soma das áreas dos quadrados. Mas podemos associar que o número de quadrados da base é dado pelo comprimento da base, já o número de quadrados que dão a altura está associado com o comprimento do segmento da altura. Assim podemos dizer que o número de quadrados unitários para preencher a área do retângulo acima é dado pelo produto do número de quadrados que compõem o comprimento da base pelo número de quadrados limitados pela altura. Logo, podemos expressar essa soma como o número de b quadrados repetidos h vezes. Sendo o valor mínimo de 1 para b e h . Assim é possível reescrever essa soma como uma multiplicação, pois sempre estamos associando um número de quadrados b da base pelo



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



número h de vezes que esses se repetem até chegar à altura máxima, disso, podemos definir uma relação para o cálculo da área do retângulo como:

$$A_{ret} = b \cdot h$$

Lembraremos que para a dedução da fórmula da área do retângulo, definimos que o comprimento da base e da altura dos quadrados utilizados para preencher a figura era igual a 1. Mas isso serviu como forma de facilitar a interpretação, já que o princípio se mantém o mesmo para comprimentos menores do que 1.

A definição de área proposta será a união de 3 conceitos matemáticos, elencados que segundo Barbosa (2012, p. 145):

- Conceito I: Toda Região Poligonal Corresponde a um número maior do que zero.
 - O número que se refere este axioma é chamado área da região.
- Conceito II: Se uma Região poligonal é a união de duas ou mais regiões poligonais tais que duas a duas não tenham pontos interiores em comum, então a sua área é a soma das áreas daquelas regiões.
- Conceito III: Regiões triangulares limitadas por triângulos congruentes têm áreas iguais.

Aqui iremos pontuar que uma região poligonal é o espaço que é delimitado por um polígono, apresentando o desenho do retângulo no quadro e elucidando que aquela é uma região poligonal que está sendo abrangida pelas arestas do retângulo.

Também lembraremos o conceito de congruência de triângulos como a possibilidade de você tomar dois triângulos do espaço, que podem ser sobrepostos mediante translação e/ou rotação.

Após o término da sistematização iremos recolher as tarefas desenvolvidas pelos alunos durante a aula.

Referências

- BARBOSA, J. L. M. *Geometria Euclidiana Plana*. Rio de Janeiro. Editora SBM. 2012.
- CANAVARRO, A.; OLIVEIRA H.; MENEZES, L.; Praticas de ensino exploratório da matemática: o caso de Célia. In: Encontro de Investigação em Educação Matemática 2012: Práticas de Ensino da Matemática, 2012. Castelo de Vide. *Actas...* Porto Alegre: SPIEM, 2012, p. 255-266.
- CYRINO, M. C. C. T.; OLIVEIRA, H. M.; Ensino Exploratório e casos multimídia na formação de professores que ensinam matemática. In: CYRINO, M. C. C. T. (Org). *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática*. Londrina: Eduel, 2016.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



LIBÂNEO, J. C. *Didática*. São Paulo. Editora Cortez. 1994.