



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Tarefa 9

Conteúdo: Estatística

Fonte: SANTOS, S. S. F. dos. O Ensino Exploratório e o Laboratório de Ensino de Matemática: uma experiência com alunos do Ensino Médio. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**: produção didático-pedagógica, 2016. União da Vitória: SEED/PR, 2016. Versão Online. (Cadernos PDE). ISBN 978-85-8015-094-0.

TAREFA 9

Momento 1 – Observem a tabela e respondam às seguintes questões:

Figura 1: Custo e variação da cesta básica



3

TABELA 1
Pesquisa Nacional da Cesta Básica de Alimentos
Custo e variação da cesta básica em 27 capitais
Brasil – janeiro de 2016

Capital	Valor da cesta janeiro/2016	Valor da cesta dezembro/2015	Variação mensal (%)	Porcentagem do Salário Mínimo Líquido janeiro	Tempo de trabalho janeiro	Variação no ano (%)
Brasília	451,76	398,65	13,32	55,80	112h56m	13,32
São Paulo	448,31	418,13	7,22	55,37	112h05m	7,22
Rio de Janeiro	448,06	397,91	12,60	55,34	112h01m	12,60
Vitória	438,42	389,02	12,70	54,15	109h37m	12,70
Florianópolis	437,24	424,06	3,11	54,01	109h19m	3,11
Porto Alegre	432,64	424,39	1,94	53,44	108h10m	1,94
Cuiabá	418,12	385,41	8,49	51,65	104h32m	8,49
Belo Horizonte	417,72	370,49	12,75	51,60	104h26m	12,75
Campo Grande	412,61	388,47	6,21	50,96	103h09m	6,21
Manaus	405,72	367,79	10,31	50,11	101h26m	10,31
Curitiba	398,46	391,78	1,71	49,22	99h37m	1,71
Palmas	395,31	346,02	14,24	48,83	98h50m	14,24
Boa Vista	389,93	363,90	7,15	48,16	97h29m	7,15
Goiânia	388,45	335,58	15,75	47,98	97h07m	15,75
Teresina	375,05	343,59	9,16	46,33	93h46m	9,16
Belém	374,50	351,94	6,41	46,26	93h38m	6,41
Fortaleza	368,64	342,72	7,56	45,53	92h10m	7,56
Porto Velho	365,79	347,47	5,27	45,18	91h27m	5,27
Macapá	354,21	341,77	3,64	43,75	88h33m	3,64
São Luís	351,17	327,49	7,23	43,38	87h47m	7,23
Aracaju	350,73	305,75	14,71	43,32	87h41m	14,71
João Pessoa	349,75	324,73	7,70	43,20	87h26m	7,70
Salvador	349,26	314,23	11,15	43,14	87h19m	11,15
Recife	344,47	333,84	3,18	42,55	86h07m	3,18
Rio Branco	341,53	310,96	9,83	42,19	85h23m	9,83
Maceió	337,32	324,44	3,97	41,67	84h20m	3,97
Natal	329,20	312,46	5,36	40,66	82h18m	5,36

Fonte: DIEESE

Obs.: Cesta de dezembro de 2015 foi recalculada com base nas mudanças metodológicas adotadas a partir de janeiro de 2016.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Fonte: <http://g1.globo.com/ap/amapa/noticia/2016/02/preco-da-cesta-basica-no-amapa-exige-88-horas-seguidas-de-trabalho.html>

- 1) Observem a “Tabela 1 – Pesquisa Nacional da Cesta Básica de Alimentos: Custo e variação da cesta básica em 27 capitais / Brasil – janeiro de 2016” e respondam: como estão organizados os dados numéricos desta tabela? Esta organização tem como referência qual coluna? Expliquem suas respostas.
- 2) Construa um gráfico que represente o valor da cesta básica das 27 capitais brasileiras nos dois meses indicados na tabela.
- 3) Agora, construa um gráfico que represente o valor da cesta básica das capitais da Região Sul nos dois meses indicados na tabela.
- 4) Existe relação entre os dois gráficos construídos? Explique sua resposta.

Momento 2 – Nomear um orador para compartilhar com os pares o observado no grupo.

SOBRE A TAREFA 9

Professor, para a realização desta tarefa será necessário papel milimetrado, compasso, régua, transferidor, borracha, lápis, materiais para colorir (lápis de cor, canetinhas, etc.), EVA, tesoura, cola para EVA. Quanto à organização da turma para a realização da Tarefa, mais uma vez, sugere-se que seja em grupos (dois, três ou quatro alunos) no intuito de haver trocas de experiências e ideias.

Duração:

- 4 aulas

Unidade temática:

- Estatística

Ano de escolaridade:

- 3º ano do Ensino Médio

Objetivos da tarefa:

- Analisar e interpretar informações de pesquisas estatísticas;
- Oportunizar momentos para o desenvolvimento de condições de leitura crítica de fatos ocorridos na sociedade por meio da leitura e interpretação de tabelas;
- Utilizar o conceito de amostra para levantamento de dados;
- Interpretar e representar dados em diferentes tipos de gráficos.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS

Ao pensar em tarefas na perspectiva do Ensino Exploratório, para o processo de organização e gestão de uma aula, o professor deverá organizá-la em quatro fases: 1 – apresentação da tarefa: momento de garantir que os alunos compreendam o que está sendo solicitado no enunciado da tarefa e promover seu engajamento; 2 – desenvolvimento da tarefa (geralmente acontece em grupos): momento em que deverão emergir as estratégias utilizadas pelos alunos, as quais subsidiarão a seleção e sequenciamento de resoluções para a fase de discussão coletiva; 3 – discussão coletiva da tarefa: momento que são discutidas diferentes estratégias de resolução e raciocínios empregados pelos alunos; 4 – sistematização da aprendizagem, momento em que a teoria / o conhecimento matemático aparece a partir daquilo que os alunos produziram (caso alguma(s) estratégia(s) ou conhecimento(s) matemático(s) não surja(m) a partir dos alunos, o professor poderá introduzi-lo(s)). (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; CYRINO, 2016).

Um aspecto importante a ser destacado e considerado pelo professor em relação a uma aula nesta perspectiva de ensino se refere à gestão do tempo. Para cada fase da aula na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática, o professor terá que dispender tempo e esforços para que a aula aconteça de forma coesa na direção de que os processos de ensino e de aprendizagem aconteçam efetivamente. Anterior à primeira fase mencionada há a ação que Baldini (2016) chama de antecipar, a qual acontece antes da aula e consiste na escolha/elaboração/adaptação da tarefa levando-se em consideração os objetivos de ensino presentes nos documentos que norteiam o trabalho docente em sala de aula. Importante destacar que esta tarefa precisa ser de proeminente nível de demanda cognitiva, visando a favorecer a investigação e a discussão de ideias/conceitos matemáticos.

Como encaminhamentos metodológicos previstos para a organização do trabalho, as tarefas serão desenvolvidas em grupos (dois, três ou quatro alunos) no intuito de haver trocas de experiências e ideias, conforme apontado a cada início de tarefa que compõe este Caderno. Ainda, pela crença de que a presença de interações nos grupos podem ser elementos que contribuirão significativamente para o processo de aprendizagem dos alunos. Contudo, tem-se o julgamento de que grupos compostos por muitos alunos poderão ocasionar a dispersão, comprometendo a efetivação do processo de ensino e de aprendizagem.

A formação dos grupos poderá ser definida por critérios acordados entre o professor e a turma. Para a realização das tarefas, cada integrante do grupo receberá uma folha contendo a tarefa a ser realizada pelo grupo, no intuito de que todos possam se inteirar desta,



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



assim espera-se que haja maior interação e colaboração por parte de todos os membros do grupo.

Cada tarefa descrita está acompanhada de seus objetivos e de uma previsão de tempo para sua realização podendo ser alterada quando de sua aplicação conforme necessidades dos alunos, envolvimento deles, entre outros fatores. Ainda, de algumas observações e orientações para o professor de encaminhamentos para a realização da tarefa e de materiais necessários para o desenvolvimento desta.

Além do exposto, a cada tarefa é trazido um quadro de orientações que foi criado no intuito de auxiliar o professor na condução de cada uma das tarefas propostas. A função deste quadro é orientar o trabalho pedagógico do professor, com a intenção de dar direcionamentos sobre como proceder em determinadas situações que podem (ou não) acontecer. Importante destacar que ele não é receituário, muito menos que os apontamentos ali presentes tem a obrigação de acontecer e, mesmo que aconteçam, não necessariamente terá que ser na ordem elencada.

Ao final de algumas das tarefas são realizadas sugestões de outras tarefas que podem ser utilizadas pelos professores em suas aulas, como substitutivas de alguma das previstas ou quando julgarem propícias, sempre tendo como norte o efetivo processo de ensino e de aprendizagem.

QUADRO DE AÇÕES ANTECIPADAS PARA O DESENVOLVIMENTO DA TAREFA 9

<i>Tarefa 9 – Explorando tabelas e construindo gráficos</i>	
<i>Atividades dos alunos</i>	<i>Atividades do professor</i>
▪ Observam que os dados da tabela estão organizados em ordem decrescente e dizem que essa organização tem como base a coluna “Valor da cesta: janeiro/2016”, mês no qual foi realizada a pesquisa; Após discussões e análises julgam que o gráfico ideal a ser construído nas duas situações é o gráfico em Colunas Múltiplas por permitir melhor visualização e entendimento das informações constantes na Tabela;	▪ Verificar por que os alunos acreditam que a coluna indicadora “Valor da cesta: janeiro/2016” e as linhas correspondentes a esta são a base para a organização dos dados em ordem decrescente. Observar atentamente à justificativa e/ou explicação dada pelos alunos quanto a trabalharem especificamente com está e não com a coluna indicadora “Valor da cesta: dezembro/2015”. Observaram o título da



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Verificam que para a construção do primeiro gráfico utilizaram todos os dados e para construir o segundo utilizaram apenas uma parte, embora não referenciem as nomenclaturas: População e Amostra.	tabela? Fixaram-se às informações / aos dados contidos no título: “O quê? Quando? e Onde?” ▪ Identificar, clarificar e compreender o procedimento utilizado pelos alunos para a determinação de que o gráfico mais indicado para a situação apresentada é o Gráfico em colunas múltiplas. Observaram que este tipo de gráfico é o mais adequado quando se deseja representar, simultaneamente, “Valor da cesta: janeiro/2016” e “Valor da cesta: dezembro/2015”, com o propósito de comparação? Cogitaram outro tipo de gráfico? Qual? Por que decidiram que este outro tipo de gráfico não era o mais adequado à situação? Questionar o procedimento utilizado para a construção do segundo gráfico e a determinação do tipo a ser utilizado: Quais dados serão representados no gráfico? Simultaneamente? Poderia construir dois gráficos de colunas “simples”? Por quê? Revelam clareza quanto à conceituação do todo (população)? E das partes (amostra)?
▪ Observam que os dados da tabela estão organizados em função das colunas referentes aos preços da cesta básica, mas apresentam dúvidas em relação à qual mês. Somente após discussões observam que a ordem é decrescente e dizem que essa organização tem como base a coluna “Valor da cesta: janeiro/2016”, porque o título da tabela diz que a pesquisa foi realizada no mês de janeiro de 2016; Após discussões e	▪ Investigar os motivos que levaram os alunos ao impasse entre as colunas indicadoras: “Valor da cesta: janeiro/2016” e “Valor da cesta: dezembro/2015” para determinar como estão organizados os dados numéricos da tabela. Após discussões no grupo, como chegaram à conclusão de que deveriam ter como base a coluna indicadora: “Valor da cesta: janeiro/2016”? Por que não utilizaram a outra coluna? Como



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



análises julgam que devem construir o gráfico de colunas nas duas situações, mas não observam a necessidade de serem Colunas Múltiplas para possibilitar o entendimento, simultâneo, das informações constantes na Tabela; Verificam que para a construção do primeiro gráfico utilizaram todos os dados e para construir o segundo utilizaram apenas as três capitais da região sul, mas não estabelecem relação entre População e Amostra.

- Olham para todas as colunas, mas não conseguem identificar que os dados da tabela estão organizados em função da coluna “Valor da cesta: janeiro/2016”, assim não conseguem determinar como estão organizados os dados numéricos

chegaram ao título da tabela? Fixaram-se às informações / aos dados contidos no título: “O quê? Quando? E Onde?” Observar atentamente à justificativa e/ou explicação dada pelos alunos quanto a terem trabalhado especificamente com está e não com coluna indicadora “Valor da cesta: dezembro/2015”.

- Identificar, clarificar e compreender o procedimento utilizado pelos alunos para a determinação do tipo de gráfico mais indicado para a situação apresentada. Por que se utilizaram do gráfico de colunas? Ativeram-se à ideia de que as informações deveriam ser representadas de forma simultânea? Construíram dois gráficos em cada situação? Como procederam? É possível se utilizar de outro tipo de gráfico? Qual? Este outro tipo de gráfico poderia ser o mais adequado? Por quê?
- Identificar, clarificar e compreender se os alunos revelam clareza quanto à conceituação do todo (população)? E das partes (amostra)? Observaram que todas as cidades possuem a característica de representar a capital de um estado brasileiro? E que Curitiba, Florianópolis e Rio Grande do Sul também são capitais brasileiras e pertencentes à região sul?
- Solicitar aos alunos que, mais uma vez, observem a tabela coluna a coluna analisando que tipos de dados cada uma das colunas está trazendo. Chamar a atenção dos alunos para o título e se ele responde às informações: “O quê?



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



desta tabela; Constroem o gráfico de colunas nas duas situações, justificando que este tipo de gráfico é o mais utilizado; Verificam que para a construção do primeiro gráfico utilizaram todos os dados e para construir o segundo utilizaram apenas as três capitais da região sul, mas não estabelecem relação entre População e Amostra.

Quando? E Onde?”. Mediante o título e a análise das colunas é possível dizer como estão organizados os dados numéricos desta tabela? Qual é a coluna indicadora que irá determinar esta organização? Por quê? É possível ter como base outra coluna? Por quê?

- Identificar, clarificar e compreender o procedimento utilizado pelos alunos para a determinação do tipo de gráfico mais indicado para a situação apresentada. Por que se utilizaram do gráfico de colunas? Apenas porque ele é o mais utilizado? Ativeram-se à ideia de que as informações deveriam ser representadas de forma simultânea? Construíram dois gráficos em cada situação? Como procederam? É possível se utilizar de outro tipo de gráfico? Qual? Este outro tipo de gráfico poderia representar os dados simultaneamente? Ele poderia ser o mais adequado? Por quê?
- Identificar, clarificar e compreender se os alunos revelam clareza quanto à conceituação do todo (população)? E das partes (amostra)? Observaram que todas as cidades possuem a característica de representar a capital de um estado brasileiro? E que Curitiba, Florianópolis e Rio Grande do Sul também são capitais brasileiras e pertencentes à região sul?

Sistematização¹: O processo de sistematização sempre deve partir das resoluções apresentadas pelos alunos. Nesta tarefa, caso não apareça nas resoluções, faz-se necessário que o professor chame a atenção dos alunos quanto ao que é uma Tabela e quanto à sua

¹ Para enunciar as sistematizações na lousa quanto à Estatística utilizar-se-á dos livros didáticos: (I) CRESPO, A. A. Estatística fácil. 17. ed. São Paulo: Saraiva, 2001. (II) PAIVA, M. Matemática. Volume único. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2005. (III) DANTE, L. R. Matemática. Volume único. 1. ed. São Paulo: Ática, 2005.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



estrutura, sintetizando na lousa: **Tabela: é um quadro que resume um conjunto de observações. Uma tabela compõe-se de: a) Corpo – conjunto de linhas e colunas que contém informações sobre a variável em estudo; b) Cabeçalho – parte superior da tabela que especifica o conteúdo das colunas; c) Coluna Indicadora – parte da tabela que especifica o conteúdo das linhas; d) Linhas – retas imaginárias que facilitam a leitura, no sentido horizontal, de dados que se inscrevem nos seus cruzamentos com as colunas; e) Casa ou Célula – espaço destinado a um só número; f) Título – conjunto de informações, as mais completas possíveis, respondendo às perguntas: O quê? Quando? Onde? localizado no topo da tabela. Há ainda a considerar os elementos complementares da tabela, que são a Fonte, as Notas e as Chamadas, colocados, de preferência, no seu rodapé.* Outro ponto importante a ser explorado refere-se aos Gráficos, sintetizando na lousa: *O Gráfico Estatístico é uma forma de apresentação dos dados estatísticos, cujo objetivo é o de produzir, no investigador ou no público em geral, uma impressão mais rápida e viva do fenômeno em estudo, já que os gráficos falam mais rápido à compreensão que as séries (toda tabela que apresenta a distribuição de um conjunto de dados estatísticos).* A representação gráfica de um fenômeno deve obedecer a certos requisitos fundamentais para ser realmente útil: a) *Simplicidade – o gráfico deve ser destituído de detalhes de importância secundária, assim como de traços desnecessários que possam levar o observador a uma análise morosa ou com erros.* b) *Clareza – o gráfico deve possibilitar uma correta interpretação dos valores representativos do fenômeno em estudo.* c) *Veracidade – o gráfico deve expressar a verdade sobre o fenômeno em estudo.* Os principais tipos de gráficos são os Diagramas, os Cartogramas e os Pictogramas. **Diagramas: são gráficos geométricos de, no máximo, duas dimensões; para sua construção, em geral, fazemos uso do sistema cartesiano. Dentre os principais Diagramas destacamos: Gráfico em linha ou em curva; gráfico em colunas ou em barras; gráfico em colunas ou em barras múltiplas; gráfico em setores.* **Cartograma: é a representação sobre uma carta geográfica.* **Pictograma: constitui um dos processos gráficos que melhor fala ao público, pela sua forma ao mesmo tempo atraente e sugestiva.* A representação gráfica consta de figuras. Sugere-se solicitar aos alunos que pesquisem exemplos dos tipos de gráficos elencados e tragam para a sala de aula para, junto aos pares e ao professor, tecer análises e comentários. Outra questão explorada nesta tarefa são os termos População e Amostra e seus conceitos, importante sintetizar na lousa: *População e Amostra: *Ao conjunto de entes portadores de, pelo menos, uma característica comum denominamos População Estatística ou Universo Estatístico. *Uma Amostra é um subconjunto finito de uma população.* Aqui também se faz importante discutir com os alunos as técnicas de amostragem, sistematizando na lousa: **Amostragem casual ou aleatória simples: pode ser realizada numerando a população de 1 a n e sorteando-se, a seguir, por meio de um dispositivo aleatório qualquer, k números dessa sequência, os quais*



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



corresponderão aos elementos pertencentes à amostra. **Amostragem proporcional estratificada: muitas vezes a população se divide em subpopulações – estratos. Como é provável que a variável em estudo apresente, de estrato em estrato, um comportamento heterogêneo e, dentro de cada estrato, um comportamento homogêneo, convém que o sorteio dos elementos da amostra leve em consideração tais estratos. É exatamente isso que fazemos quando empregamos a amostragem proporcional estratificada, que, além de considerar a existência dos estratos, obtém os elementos da amostra proporcional ao número de elementos dos mesmos. *Amostragem sistemática: quando os elementos da população já se acham ordenados, não há necessidade de construir o sistema de referência. São exemplos os prontuários médicos de um hospital, os prédios de uma rua, as linhas de produção, etc. Nestes casos, a seleção dos elementos que constituirão a amostra pode ser feita por um sistema imposto pelo pesquisador.* Após sistematizar as definições/explicações das técnicas de amostragem na lousa se faz necessário construir exemplos de cada uma delas junto aos alunos. Com base no exposto, sugere-se dar seguimento à exploração de tabelas e gráficos por meio de outra(s) tarefa(s), como nesta partimos de uma tabela para o seu desenvolvimento é possível em outra(s) partir da apresentação de gráfico(s) para o seu desenvolvimento. Ainda, deixa-se a sugestão para a realização de exercícios que podem ser extraídos do livro didático adotado pela sua escola ou de outros materiais, inclusive pode ser trabalhado com questões de ENEM, vestibular, entre outras.

EXTRA

Professor, ainda com foco em conteúdos de Estatística e pensando no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), sugere-se consultar o artigo “O laboratório de ensino de matemática e o ensino de estatística: socializando reflexões e possibilidades a partir de uma vivência no curso licenciatura em matemática”, dos autores: Marcio Figueiredo de Souza e Douglas da Silva Tinti. Neste artigo, os autores apresentam proposta bastante interessante a ser realizada com alunos do Curso Formação de Docentes. Disponível em: http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/3094_1728_ID.pdf

Professor, nesta tarefa também é possível suscitar a seguinte questão: “Por que a última coluna “Variação no ano (%)” apresenta os mesmos valores da coluna “Variação mensal (%)”? O que aconteceria com os valores da última coluna se esta tabela tivesse o título “Tabela 1 – Pesquisa Nacional da Cesta Básica de Alimentos: Custo e variação da cesta básica em 27 capitais / Brasil – janeiro a junho de 2016” e apresentasse colunas indicadoras: “Valor da cesta: fevereiro/2016”, “Valor da cesta: março/2016”,..., “Valor da cesta: junho/2016” com os



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



respectivos valores da cesta básica em cada mês? Expliquem suas respostas”. Isso no intuito de abordar o conceito de porcentagem e de média aritmética, todavia realizando pesquisa de preços e complementando esta Tabela seria possível abordar também os cálculos. Vale ressaltar que muitas outras questões enfocando conteúdos e conceitos estatísticos podem ser elaboradas e trabalhadas à partir desta tabela.

Referências:

- CRESPO, A. A. Estatística fácil. 17. ed. São Paulo: Saraiva, 2001.
- CYRINO, M. C. C. T. (Org.). Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas. Londrina: Eduel, 2016.
- DANTE, L. R. Matemática. Volume único. 1. ed. São Paulo: Ática, 2005.
- KALEFF, A. M. M. R. Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais. Niterói: EdUFF, 2003.
- OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. Quadrante. v. 22, n. 2, 2013. p.29-53.
- PAIVA, M. Matemática. Volume único. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2005.