



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



## Tarefa 8

**Conteúdo:** Geometria Plana e Espacial

Fonte: SANTOS, S. S. F. dos. O Ensino Exploratório e o Laboratório de Ensino de Matemática: uma experiência com alunos do Ensino Médio. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE:** produção didático-pedagógica, 2016. União da Vitória: SEED/PR, 2016. Versão Online. (Cadernos PDE). ISBN 978-85-8015-094-0.

### TAREFA 8

*Momento 1* – Observem a embalagem de xarope Melagrião e respondam às seguintes questões:

- 1) Como é possível saber a quantidade de material (papel cartão ou cartolina) utilizado para a fabricação desta caixa? Expliquem sua resposta.
- 2) Qual é a quantidade de material utilizado em  $\text{cm}^2$ ?
- 3) Como fazer para saber qual é o volume que esta caixa comporta?
- 4) Qual é esse volume? Não se esqueçam de realizar anotações.

*Momento 2* – Nomear um orador para compartilhar com os pares o observado no grupo.

### SOBRE A TAREFA 8

Professor, para a realização desta tarefa se utilize das embalagens trazidas pelos alunos e utilizadas nas primeiras tarefas desta Produção. Também é possível utilizar os sólidos geométricos em acrílico recebidos por algumas escolas. Nesta tarefa iremos trabalhar com o cálculo de área total das faces e o cálculo de volume de poliedros. Para o desenvolvimento desta, sugere-se fazer uso de um prisma de base quadrada, o mesmo para toda a turma. Quanto à organização da turma para a realização da Tarefa, mais uma vez, sugere-se que seja em grupos (dois, três ou quatro alunos) no intuito de haver trocas de experiências e ideias.

*Duração:*

- 6 aulas

*Unidade temática:*



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



- Geometria

*Conteúdo:*

- Geometria Plana e Espacial

*Ano de escolaridade:*

- 3º ano do Ensino Médio

*Objetivos da tarefa:*

- Ampliar e aprofundar os conhecimentos de Geometria Plana e Espacial;
- Explorar e trabalhar o cálculo de área total das faces e de volume de poliedros.

## ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS

Ao pensar em tarefas na perspectiva do Ensino Exploratório, para o processo de organização e gestão de uma aula, o professor deverá organizá-la em quatro fases: 1 – apresentação da tarefa: momento de garantir que os alunos compreendam o que está sendo solicitado no enunciado da tarefa e promover seu engajamento; 2 – desenvolvimento da tarefa (geralmente acontece em grupos): momento em que deverão emergir as estratégias utilizadas pelos alunos, as quais subsidiarão a seleção e sequenciamento de resoluções para a fase de discussão coletiva; 3 – discussão coletiva da tarefa: momento que são discutidas diferentes estratégias de resolução e raciocínios empregados pelos alunos; 4 – sistematização da aprendizagem, momento em que a teoria / o conhecimento matemático aparece a partir daquilo que os alunos produziram (caso alguma(s) estratégia(s) ou conhecimento(s) matemático(s) não surja(m) a partir dos alunos, o professor poderá introduzi-lo(s)). (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; CYRINO, 2016).

Um aspecto importante a ser destacado e considerado pelo professor em relação a uma aula nesta perspectiva de ensino se refere à gestão do tempo. Para cada fase da aula na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática, o professor terá que dispender tempo e esforços para que a aula aconteça de forma coesa na direção de que os processos de ensino e de aprendizagem aconteçam efetivamente. Anterior à primeira fase mencionada há a ação que Baldini (2016) chama de antecipar, a qual acontece antes da aula e consiste na escolha/elaboração/adaptação da tarefa levando-se em consideração os objetivos de ensino presentes nos documentos que norteiam o trabalho docente em sala de aula. Importante



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



destacar que esta tarefa precisa ser de proeminente nível de demanda cognitiva, visando a favorecer a investigação e a discussão de ideias/conceitos matemáticos.

Como encaminhamentos metodológicos previstos para a organização do trabalho, as tarefas serão desenvolvidas em grupos (dois, três ou quatro alunos) no intuito de haver trocas de experiências e ideias, conforme apontado a cada início de tarefa que compõe este Caderno. Ainda, pela crença de que a presença de interações nos grupos podem ser elementos que contribuirão significativamente para o processo de aprendizagem dos alunos. Contudo, tem-se o julgamento de que grupos compostos por muitos alunos poderão ocasionar a dispersão, comprometendo a efetivação do processo de ensino e de aprendizagem.

A formação dos grupos poderá ser definida por critérios acordados entre o professor e a turma. Para a realização das tarefas, cada integrante do grupo receberá uma folha contendo a tarefa a ser realizada pelo grupo, no intuito de que todos possam se inteirar desta, assim espera-se que haja maior interação e colaboração por parte de todos os membros do grupo.

Cada tarefa descrita está acompanhada de seus objetivos e de uma previsão de tempo para sua realização podendo ser alterada quando de sua aplicação conforme necessidades dos alunos, envolvimento deles, entre outros fatores. Ainda, de algumas observações e orientações para o professor de encaminhamentos para a realização da tarefa e de materiais necessários para o desenvolvimento desta.

Além do exposto, a cada tarefa é trazido um quadro de orientações que foi criado no intuito de auxiliar o professor na condução de cada uma das tarefas propostas. A função deste quadro é orientar o trabalho pedagógico do professor, com a intenção de dar direcionamentos sobre como proceder em determinadas situações que podem (ou não) acontecer. Importante destacar que ele não é receituário, muito menos que os apontamentos ali presentes tem a obrigação de acontecer e, mesmo que aconteçam, não necessariamente terá que ser na ordem elencada.

Ao final de algumas das tarefas são realizadas sugestões de outras tarefas que podem ser utilizadas pelos professores em suas aulas, como substitutivas de alguma das previstas ou quando julgarem propícias, sempre tendo como norte o efetivo processo de ensino e de aprendizagem.

#### QUADRO DE AÇÕES ANTECIPADAS PARA O DESENVOLVIMENTO DA TAREFA 8



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



| <i>Tarefa 8 – Explorando e calculando área total das faces e volume de poliedros</i>   |   |
|--|---|
| <i>Atividades dos alunos</i>   | <i>Atividades do professor</i>  |
| <ul style="list-style-type: none"><li>Observam que a caixa de xarope é composta por dois quadrados e quatro retângulos e conseguem realizar o cálculo da área total das faces sem muitas dificuldades, visto que haviam calculado a área destas figuras anteriormente. Quanto ao volume, após discussões no grupo chegam à conclusão de que para calcular o volume precisam utilizar-se da área da base e multiplicar pela altura.</li><li>Após muitas discussões, observam que já haviam calculado a área destas figuras na Tarefa anterior, desta forma conseguiram calcular a área total das faces da embalagem. Quanto ao cálculo do volume, mesmo após discussões não conseguem chegar a um consenso.</li></ul> | <ul style="list-style-type: none"><li>Verificar se os alunos construíram o conceito do cálculo de área total das faces a partir do reconhecimento do poliedro em sua forma planificada e seus elementos. E, quanto ao cálculo do volume, verificar como identificaram a necessidade de utilizar a área da base, encontrar/medir a altura e realizar uma multiplicação entre essas duas medidas.</li><li>Identificar, clarificar e compreender o procedimento utilizado pelos alunos para a determinação da área da base, da área lateral, da área total das faces e do volume. Qual é a base superior e inferior deste prisma? Como vocês procederam para calcular sua área? E as demais faces que polígono representam? Como vocês calcularam a área destas faces? Vocês juntaram as duas áreas? Por quê? O que vocês encontraram? Qual caminho vocês trilharam para encontrar o volume? Revelam clareza quanto à conceituação de área? E de volume?</li><li>Solicitar que os alunos retomem a embalagem que representa um prisma de base quadrangular e analisem quais polígonos foram utilizados para compor essa embalagem, se a dúvida persistir, incentive o grupo à planificação e à retomada da tarefa anterior, questionando: Qual é a base superior deste prisma? E inferior? Como vocês podem proceder para calcular sua área? E as demais faces que polígono representam? Como é possível vocês</li></ul> |



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



|  |  |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"><li>▪ Não conseguem realizar o cálculo da área total das faces do prisma, mesmo ao fazer uso de sua planificação. Também não conseguem calcular o volume deste prisma.</li></ul> | <p>calcularem a área destas faces? Como posso proceder para ter a área total das faces? Por quê? Qual caminho é possível vocês trilharem para encontrar o volume? Revelam clareza quanto à conceituação de área? O que compreendem por volume?</p> <ul style="list-style-type: none"><li>▪ Solicitar que os alunos retomem a embalagem que representa um prisma de base quadrangular e analisem quais polígonos foram utilizados para compor essa embalagem, se a dúvida persistir, incentive o grupo à planificação e à retomada da tarefa anterior, questionando: Qual é a base superior deste prisma? E inferior? Como vocês podem proceder para calcular sua área? E as demais faces que polígono representam? Como é possível vocês calcularem a área destas faces? Como posso proceder para ter a área toda? O que significa a área toda? Qual caminho é possível vocês trilharem para encontrar o volume? O que compreendem por área? E por volume?</li></ul> |
|--|--|

**Sistematização:** O processo de sistematização sempre deve partir das resoluções apresentadas pelos alunos. Nesta tarefa, caso não apareça nas resoluções, faz-se necessário que o professor chame a atenção dos alunos quanto à conceituação de área já trabalhada em aulas anteriores (Tarefas 6 e 7), ainda, abordar a transposição do aprendido sobre áreas de polígonos para áreas de poliedros, visando a ampliação desses conhecimentos. Sejam eles – sistematização na lousa: *Área da superfície de um prisma: 1. Área da base: pode ser definida como a quantidade de espaço bidimensional, ou seja, de superfície que dado objeto ocupa no espaço; 2. Área lateral: é a área da superfície lateral, sendo está formada pelas faces laterais; 3. Área total das faces: é a área da superfície total, sendo está formada pelas faces laterais e pelas bases; 4. Volume – Noção intuitiva: Consideremos um cubo (hexaedro regular) de aresta 1 cm. A porção do espaço ocupada por esse cubo é uma unidade de volume definida como 1 cm<sup>3</sup>. De maneira análoga, definimos 1 dm<sup>3</sup>, 1 m<sup>3</sup>, 1mm<sup>3</sup>, etc.*



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



*Utilizando o centímetro cúbico como unidade e, as medidas do prisma de base quadrangular da Tarefa 8: 6 cm, 6 cm e 11 cm. Devemos comparar o volume deste prisma com o volume de um cubo com 1 cm de aresta, ou seja, devemos calcular a quantidade desses cubos necessária para formar um volume igual ao volume do prisma. Assim sendo, precisamos empilhar 11 camadas de cubos, havendo 36 cubos em cada camada; logo, o total de cubos utilizados é  $36 \cdot 11 = 396$ . Portanto, o volume  $V$  do prisma é o produto de suas três dimensões:  $V = 4 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot 11 \text{ cm} = 396 \text{ cm}^3$ . Generalizando, o volume  $V$  de um prisma de base quadrangular de dimensões  $a$ ,  $b$  e  $c$  é o produto de suas três dimensões:  $V = a \cdot b \cdot c$ . Com base no exposto, sugere-se dar seguimento à exploração de áreas (base, lateral e total) e de volume dos demais poliedros, por meio do uso de outras embalagens trazidas pelos alunos ou por você professor, bem como pode-se utilizar dos sólidos geométricos em acrílico recebidos por algumas escolas. Ainda, deixa-se a sugestão para a realização de exercícios que podem ser extraídos do livro didático adotado pela sua escola ou de outros materiais, inclusive pode ser trabalhado com questões de ENEM, vestibular, entre outras.*

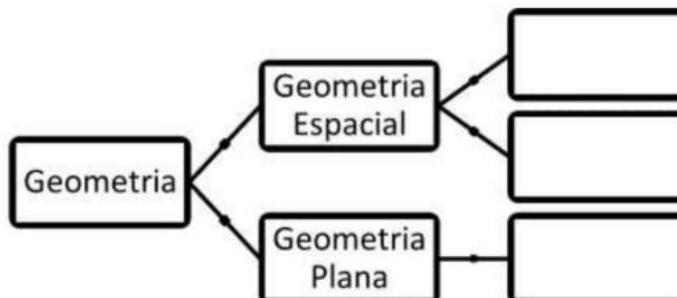
#### EXTRA

Professor, numa tarefa como esta é possível suscitar a questão de Orçamento Doméstico, com vistas aos gastos mensais que se tem com alimentação, saúde, higiene, etc.. Para isso, sugere-se trabalhar com os produtos que compõe a Cesta básica e realizar levantamento de preços junto ao comércio local, podendo compará-los posteriormente aos preços de outras cidades ou regiões, no intuito de em outras aulas, abordar conteúdos e conceitos de Estatística.

#### *Comunicando a aprendizagem*

Professor, para a realização deste momento avaliativo que consiste da construção de um Mapa Conceitual sobre o conteúdo estudado pelos alunos e abordado neste Caderno Pedagógico até o momento com foco em Geometria Plana e Espacial se faz necessária a ampliação e impressão da Figura 1. Para este momento avaliativo, sugere-se que os alunos reúnam-se em pequenos grupos: duplas ou trios, no intuito de haver trocas de experiências, aprendizagens e ideias.

Figura 1: Sugestão para iniciar elaboração do Mapa Conceitual



Fonte: a autora (2016).

### *Outras explorações*

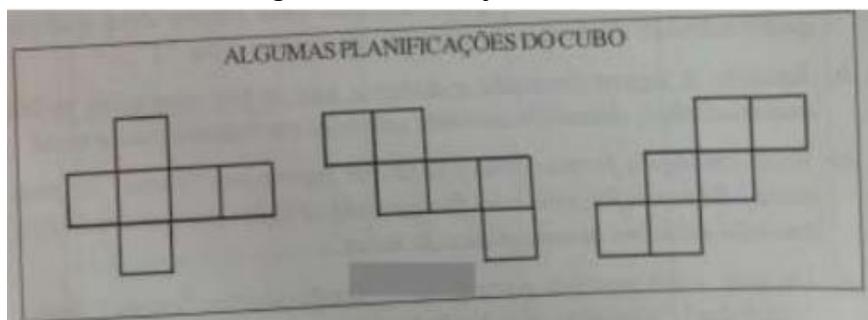
Uma exploração possível e interessante de ser realizada com os alunos, especialmente com o Curso Formação de Docentes, é o cálculo da área da base, da área lateral, da área total das faces e, especialmente, do volume de um hexaedro regular de aresta 10 cm, o qual quando enfocamos transformação de unidades de medidas equivalerá a exatamente 1 litro ou 1000 ml (essa tarefa pode ser proposta com o uso do hexaedro em acrílico que foi recebido junto a outros sólidos geométricos por algumas escolas).

E, na sequência, pode-se propor aos alunos a seguinte tarefa:

### *Planificações do cubo<sup>1</sup>*

Para realizar esta tarefa você pode imaginar ou ter em mãos um cubo (hexaedro regular). Observe a Figura a seguir:

Figura 2: Planificações do cubo



Fonte: Kaleff (2003).

E responda: que outras planificações são possíveis?

<sup>1</sup> Tarefa adaptada de Kaleff (2003)



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



Professor, neste Caderno Pedagógico, devido aos apontamentos realizados no Projeto de Intervenção Pedagógica e de forma similar devido ao número de aulas para a sua implementação, não foram exploradas tarefas com enfoque a Corpos Redondos: Cilindro, Cone e Esfera, ou ainda, Geometria não euclidiana. Fica a sugestão para que você construa tarefas sob a perspectiva metodológica do Ensino Exploratório e as desenvolva em sua(s) turma(s) da Educação Básica. Ademais, esta sugestão poderá compor uma nova pesquisa PDE ou outra(s).

#### Referências:

CYRINO, M. C. C. T. (Org.). Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas. Londrina: Eduel, 2016.

KALEFF, A. M. M. R. Vendo e entendendo poliedros: do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças e outros materiais. Niterói: EdUFF, 2003.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. Quadrante. v. 22, n. 2, 2013. p.29-53.