Tarefa 4

Conteúdo: Poliedros

Fonte: SANTOS, S. S. F. dos. O Ensino Exploratório e o Laboratório de Ensino de Matemática: uma experiência com alunos do Ensino Médio. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**: produção didático-pedagógica, 2016. União da Vitória: SEED/PR, 2016. Versão Online. (Cadernos PDE). ISBN 978-85-8015-094-0.

TAREFA 4

Momento 1 – Observe e complete o Quadro a seguir e responda às questões:

Poliedro	*Total de vértices da base*	*Total de arestas laterais*	*Total de faces laterais*	*Total de faces*	*Total de arestas*	*Total de vértices*
Prisma de base triangular						
Prisma de base quadrada						
Prisma de base pentagonal						
Prisma de base hexagonal						
Pirâmide de base triangular						
Pirâmide de base quadrada						
Pirâmide de base pentagonal						
Pirâmide de base hexagonal						

1) Um prisma pode ter uma quantidade par de faces? E uma quantidade ímpar? Explique suas respostas.
2) Um prisma pode ter um total de 9 vértices? Por quê?

3) Um prisma pode ter uma quantidade par de arestas? E uma quantidade ímpar? Explique suas respostas.
4) Em um dos vértices de uma pirâmide é possível encontrar apenas duas arestas? E apenas três? E apenas quatro? E mais de quatro? Explique suas respostas.
5) Nas pirâmides qual a(s) relação(ões) existente(s) entre número de vértices e número de faces? Explique sua resposta.
6) Um poliedro reto apresenta diferença(s) em relação a um poliedro oblíquo? Qual(is)? Explique sua resposta.

Momento 2 – Observem as planificações que o grupo recebeu, montem cada uma delas, após analisem-nas, e respondam: que diferença(s) é possível observar entre um mesmo tipo de poliedro oblíquo e um reto? Não se esqueçam de realizar anotações.

Momento 3 – Nomear um orador para compartilhar com os pares o observado no grupo.

Tarefa adaptada de Toledo e Toledo (2009).

Sobre a Tarefa 4

Professor, para a realização desta tarefa se utilize dos sólidos geométricos em acrílico ou de embalagens que apresentem a forma de prismas e pirâmides retos e oblíquos. Quanto à organização da turma sugere-se, conforme mencionado anteriormente, que seja em grupos (dois, três ou quatro alunos) no intuito de haver trocas de experiências e ideias.

Para a realização do Momento 2, você professor, deverá preparar com antecedência a planificação dos poliedros retos e poliedros oblíquos. São deixadas, como sugestão, as planificações disponíveis nos sites:

- http://construtor.aprendebrasil.com.br/up/104810001/8413221/t1915.asp
- http://construtor.aprendebrasil.com.br/up/104810001/8413221/t1913.asp

Duração:

- 4 aulas

Unidade temática:

- Geometria

Conteúdo:

- Poliedros

Ano de escolaridade:

- 3º ano do Ensino Médio

Objetivos da tarefa:

- Reconhecer as características e os elementos: faces, arestas, vértices, diagonais, apótema e altura de Poliedros retos e oblíquos;
- Construir/deduzir/estabelecer as relações a partir da observação do número de faces, vértices e arestas de Poliedros retos e oblíquos, sejam elas: a alteração da medida da altura ou das arestas; nos prismas, o número de vértices sempre será par (dobro); nas pirâmides o número de vértices depende da base (base par: número de vértices ímpar e base ímpar: número de vértices par); entre outras.

ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS

Ao pensar em tarefas na perspectiva do Ensino Exploratório, para o processo de organização e gestão de uma aula, o professor deverá organizá-la em quatro fases: 1 – apresentação da tarefa: momento de garantir que os alunos compreendam o que está sendo solicitado no enunciado da tarefa e promover seu engajamento; 2 – desenvolvimento da tarefa (geralmente acontece em grupos): momento em que deverão emergir as estratégias utilizadas pelos alunos, as quais subsidiarão a seleção e sequenciamento de resoluções para a fase de discussão coletiva; 3 – discussão coletiva da tarefa: momento que são discutidas diferentes estratégias de resolução e raciocínios empregados pelos alunos; 4 – sistematização da aprendizagem, momento em que a teoria / o conhecimento matemático aparece a partir daquilo que os alunos produziram (caso alguma(s) estratégia(s) ou conhecimento(s) matemático(s) não surja(m) a partir dos alunos, o professor poderá introduzi-lo(s)). (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; CYRINO, 2016).

Um aspecto importante a ser destacado e considerado pelo professor em relação a uma aula nesta perspectiva de ensino se refere à gestão do tempo. Para cada fase da aula na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática, o professor terá que dispender tempo e esforços para que a aula aconteça de forma coesa na direção de que os processos de ensino e de aprendizagem aconteçam efetivamente. Anterior à primeira fase mencionada há a ação que Baldini (2016) chama de antecipar, a qual acontece antes da aula e consiste na escolha/elaboração/adaptação da tarefa levando-se em consideração os objetivos de ensino presentes nos documentos que norteiam o trabalho docente em sala de aula. Importante destacar que esta tarefa precisa ser de proeminente nível de demanda cognitiva, visando a favorecer a investigação e a discussão de ideias/conceitos matemáticos.

Como encaminhamentos metodológicos previstos para a organização do trabalho, as tarefas serão desenvolvidas em grupos (dois, três ou quatro alunos) no intuito de haver trocas de experiências e ideias, conforme apontado a cada início de tarefa que compõe este Caderno. Ainda, pela crença de que a presença de interações nos grupos podem ser elementos que contribuirão significativamente para o processo de aprendizagem dos alunos. Contudo, tem-se o julgamento de que grupos compostos por muitos alunos poderão ocasionar a dispersão, comprometendo a efetivação do processo de ensino e de aprendizagem.

A formação dos grupos poderá ser definida por critérios acordados entre o professor e a turma. Para a realização das tarefas, cada integrante do grupo receberá uma folha contendo a tarefa a ser realizada pelo grupo, no intuito de que todos possam se inteirar desta, assim espera-se que haja maior interação e colaboração por parte de todos os membros do grupo.

Cada tarefa descrita está acompanhada de seus objetivos e de uma previsão de tempo para sua realização podendo ser alterada quando de sua aplicação conforme necessidades dos alunos, envolvimento deles, entre outros fatores. Ainda, de algumas observações e orientações para o professor de encaminhamentos para a realização da tarefa e de materiais necessários para o desenvolvimento desta.

Além do exposto, a cada tarefa é trazido um quadro de orientações que foi criado no intuito de auxiliar o professor na condução de cada uma das tarefas propostas. A função deste quadro é orientar o trabalho pedagógico do professor, com a intenção de dar direcionamentos sobre como proceder em determinadas situações que podem (ou não) acontecer. Importante destacar que ele não é receituário, muito menos que os apontamentos ali presentes tem a obrigação de acontecer e, mesmo que aconteçam, não necessariamente terá que ser na ordem elencada.

Ao final de algumas das tarefas são realizadas sugestões de outras tarefas que podem ser utilizadas pelos professores em suas aulas, como substitutivas de alguma das previstas ou quando julgarem propícias, sempre tendo como norte o efetivo processo de ensino e de aprendizagem.

QUADRO DE AÇÕES ANTECIPADAS PARA O DESENVOLVIMENTO DA TAREFA 4

Tarefa 4 – Estabelecendo relações para os poliedros	
Atividades dos alunos	*Atividades do professor*

▪ Após discussões, em relação aos *prismas* conjecturam que: podem apresentar uma quantidade par e ímpar de faces e que para que isso ocorra depende do número de arestas de sua base (número de arestas par – número de faces par; número de arestas ímpar – número de faces ímpar); o total de *vértices* é sempre um número par (qualquer número multiplicado por seu dobro resultará em um número par); a quantidade de *arestas* está interligada ao número de vértices de sua base: quantidade par de vértices da base resulta em quantidade par de arestas (número par multiplicado por três (bases superior e inferior mais arestas laterais) resulta em número par (4 x 3 = 12) e, número ímpar multiplicado por três resulta em número ímpar (5 x 3 = 15)).	▪ Verificar por que os alunos acreditam nas conjecturas construídas: o número de *faces* par e/ou ímpar está diretamente ligado ao número de arestas; o total de *vértices* é sempre um número par e está ligado ao dobro; e, a quantidade par ou ímpar de *arestas* depende do número de vértices da base. Que argumentos utilizam para explicar cada uma dessas relações? ▪ Identificar, clarificar e compreender o procedimento utilizado pelos alunos para a determinação dessas observações. Os alunos se utilizaram do quadro da aula anterior (Tarefa 3) para preencher este? Necessitam contar arestas e faces de todos os prismas ou já desenvolveram sua capacidade de visualização? Conseguiram encontrar as relações apenas manipulando os prismas? Conseguiram encontrar relações após preencher todo o quadro? Que argumentos utilizam? Utilizam relações entre quantidade total de vértices e dobro? Utilizam relações entre quantidade par e ímpar de arestas e a multiplicação por 3?
▪ Observam que, nos *prismas*: há relação entre quantidade par e ímpar de *faces*; o total de *vértices* é sempre um número par; a quantidade de *arestas* está interligada ao número de vértices de sua base, mas não conseguem chegar à conjectura dessas relações.	▪ Solicitar aos alunos que, mais uma vez, observem no Quadro preenchido: total de vértices da base, total de arestas laterais, total de faces laterais, total de faces, total de vértices e total de arestas, verificando se o preenchimento está correto e, se necessário, retomar a contagem utilizando-se dos prismas. E, a partir daí questionar: há relação entre o número par de *faces* e o número de

	vértices? E ímpar? Há relação entre o número par de *faces* e o número de arestas? E ímpar? Que relação é essa? Como é possível escrevê-la? Sobre a quantidade de *vértices*: como proceder para obter o número de vértices? Por que a quantidade de *vértices* é sempre um número par? Se devo multiplicar, por quanto multiplico? Por quê? Por que resultou em um número par? Isso sempre irá acontecer? Por quê? Sobre o número de *arestas*: há relação entre o número par de arestas e o número de vértices de sua base? Que relação é essa? Como é possível escrevê-la?
▪ Não identificam relações presentes nos *prismas*, apenas preencheram o quadro.	▪ Solicitar aos alunos que, mais uma vez, observem o Quadro que preencheram, verificando se o preenchimento está correto e, se necessário, retomar a contagem utilizando-se dos prismas. A partir daí questionar: olhando somente as quatro primeiras linhas (dos prismas), é possível observar alguma relação entre quantidade par de *faces* com outra coluna de dados? Com a qual coluna? O que vocês observam? É possível dizer que há relação entre o número par de faces e o número de vértices? E a quantidade ímpar? Agora olhem para a coluna Total de Vértices: Como proceder para obter o número de *vértices*? Por que a quantidade de vértices é sempre um número par? Se devo multiplicar, por quanto multiplico? Por quê? Por que resultou em um número par? Isso sempre irá acontecer? Por quê? Agora olhem para a coluna Total de Arestas: é possível

	observar alguma relação entre quantidade par de *arestas* com outra coluna de dados? Com a qual coluna? O que vocês observam? É possível dizer que há relação entre o número par de arestas e o número de vértices de sua base? E em relação à quantidade ímpar?
▪ Após discussões, em relação às *pirâmides* conjecturaram que: a partir de um vértice é possível encontrar no mínimo três arestas; o número de vértices é igual ao número de faces.	▪ Verificar por que os alunos acreditam nas conjecturas construídas: a partir de um vértice é possível encontrar no mínimo três arestas; o número de vértices é igual ao número de faces. Que argumentos utilizam para explicar cada uma dessas relações? ▪ Identificar, clarificar e compreender o procedimento utilizado pelos alunos para a determinação dessas observações. Os alunos se utilizaram do quadro da aula anterior (Tarefa 3) para preencher este? Necessitam contar arestas, vértices e faces das pirâmides ou já desenvolveram sua capacidade de visualização? Conseguiram encontrar as relações apenas manipulando as pirâmides? Conseguiram encontrar relações após preencher toda a tabela? Que argumentos utilizam?
▪ Não identificam relações presentes nas *pirâmides*, apenas preenchem o quadro.	▪ Solicitar aos alunos que, mais uma vez, observem o Quadro que preencheram, verificando se o preenchimento está correto e, se necessário, retomar a contagem utilizando-se das pirâmides. A partir daí questionar: olhando somente as quatro últimas linhas, ou ainda, se utilizando do sólido geométrico é possível observar alguma relação entre quantidade de vértices e quantidade de

	arestas? Qual(is) a(s) relação(ões) existente(s) entre número de faces e de vértices? Por quê? Descreva-as.
▪ Após discussões, conjecturam que: a medida da altura ou a medida das arestas sofre alteração quando comparamos *poliedros retos com oblíquos*.	▪ Verificar por que os alunos acreditam nas conjecturas construídas: a medida da altura ou a medida das arestas sofre alteração quando comparamos poliedros retos com oblíquos. Que argumentos utilizam para explicar essa relação? ▪ Identificar, clarificar e compreender o procedimento utilizado pelos alunos para a determinação dessas observações. Fizeram uso de observação dos poliedros? Mediram? Que argumentos utilizam?
▪ Não identificam diferenças entre *poliedros retos e poliedros oblíquos*.	▪ Solicitar aos alunos que, mais uma vez, observem os poliedros, com atenção especial às arestas. Buscando explorar também a altura.

Sistematização: O processo de sistematização sempre deve partir das resoluções apresentadas pelos alunos. Nesta tarefa, caso não apareça nas resoluções dos alunos os elementos apótema e altura de Poliedros retos e oblíquos faz-se necessário que o professor insira esses elementos.
Sistematização na lousa: *Apótema de uma pirâmide regular – é todo segmento de reta cujos extremos são o vértice da pirâmide e o ponto médio de um dos lados da base. Apótema da base de uma pirâmide regular – é todo segmento de reta cujos extremos são o centro da base e o ponto médio de um dos lados da base. Altura da pirâmide – é a distância entre o vértice superior e o plano da base. Altura de um prisma – é a distância entre os planos das bases.* Outro ponto importante a ser considerado nesta tarefa são as relações existentes nas pirâmides e nos prismas tendo o olhar voltado para vértices, arestas e faces. Salientando que àquelas que não forem elencadas pelos alunos faz-se necessário que o professor acrescente na lousa. *Sejam elas: a alteração da medida da altura ou das arestas; nos prismas, o número de vértices sempre será par (dobro); nas pirâmides o número de vértices e de faces depende da base (base par: número de vértices ímpar e base ímpar: número de vértices par); os prismas podem apresentar uma quantidade par e ímpar de faces, dependendo do número de arestas de sua base (número de arestas par – número de faces par; número de arestas ímpar – número de faces ímpar); a quantidade de arestas nos*

prismas está interligada ao número de vértices de sua base: quantidade par de vértices da base resulta em quantidade par de arestas (número par multiplicado por três (bases superior e inferior mais arestas laterais) resulta em número par (4 x 3 = 12) e, número ímpar multiplicado por três resulta em número ímpar (5 x 3 = 15)); já nas pirâmides será sempre par (ideia de dobro – qualquer número multiplicado por seu dobro resultará em um número par).

Referências:

CYRINO, M. C. C. T. (Org.). Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas. Londrina: Eduel, 2016.

OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3° ciclo para a elaboração de um quadro de referência. Quadrante. v. 22, n. 2, 2013. p.29-53.

TOLEDO, M. B. de A.; TOLEDO, M. de A. Teoria e prática de matemática: como dois e dois. Vol. Único. 1. ed. São Paulo: FTD, 2009.