



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Tarefa 2

Conteúdos: Poliedros regulares, semirregulares e irregulares

Fonte: SANTOS, S. S. F. dos. O Ensino Exploratório e o Laboratório de Ensino de Matemática: uma experiência com alunos do Ensino Médio. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE:** produção didático-pedagógica, 2016. União da Vitória: SEED/PR, 2016. Versão Online. (Cadernos PDE). ISBN 978-85-8015-094-0.

TAREFA 2

Momento 1 – Observem e analisem os objetos dispostos no centro da sala. Na sequência, discutam com o grupo como separá-los em apenas dois grupos. Para tal, tenham seus olhares voltados para as faces e arestas das formas. Não se esqueçam de nomear esses grupos e fazer anotações. Para isso, escolham um relator e respondam às seguintes questões: como foi nomeado cada grupo? Quais objetos foram considerados pertencentes ao Grupo 1? E ao Grupo 2? Por quê?

Momento 2 – Observem as planificações que o grupo recebeu, montem cada uma delas, após analisem-nas, e respondam: que poliedro, cada uma dessas planificações, representa? Que nome o grupo atribuiu a elas? É possível dizer que elas pertencem a um único grupo? Por quê? Não se esqueçam de realizar anotações.

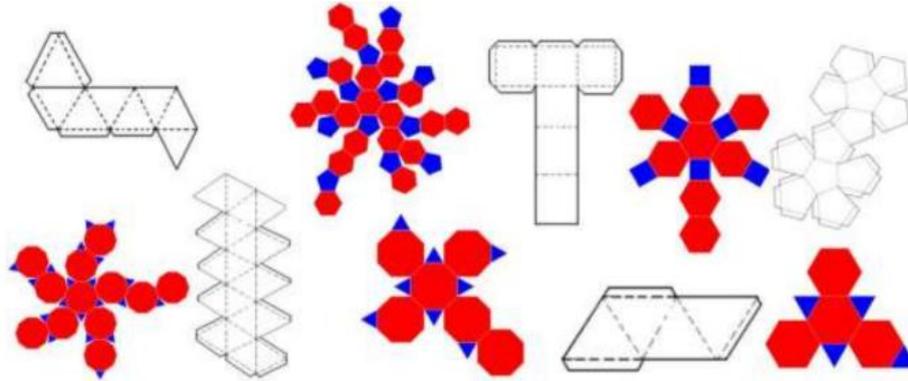
Momento 3 – Nomear um orador para compartilhar com os pares o observado no grupo.

SOBRE A TAREFA 2

Professor, para a realização desta tarefa (*Momento 1*) se utilize das embalagens trazidas pelos alunos e outras que você necessite acrescentar de forma a poder abordar Poliedros Regulares, Semirregulares e Irregulares. Também é possível utilizar os sólidos geométricos em acrílico recebidos por algumas escolas. Para a realização do *Momento 2*, você professor, deverá preparar com antecedência a planificação dos Poliedros Regulares e

Semirregulares. Deixa-se como sugestão a Figura 1 e para maior fundamentação teórica é possível consultar em Lopes¹ (2009).

Figura 1: Sólidos regulares e alguns sólidos semirregulares



Fonte: Elaborada pela autora a partir de imagens extraídas de Lopes (2009).

Quanto à organização da turma para a realização da Tarefa, mais uma vez, sugere-se que seja em grupos (dois, três ou quatro alunos) no intuito de haver trocas de experiências e ideias

Duração:

- 3 aulas

Unidade temática:

- Geometria

Conteúdos:

- Poliedros regulares, semirregulares e irregulares

Ano de escolaridade:

- 3º ano do Ensino Médio

Objetivo da tarefa:

- Conceituar e classificar poliedros regulares, semirregulares e irregulares.

¹ Disponível em:

http://www.mat.uc.pt/~mat0717/public_html/Cadeiras/2Semestre/trabalho%204%20CasadasCiencias_TANIAL OPES.pdf



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS

Ao pensar em tarefas na perspectiva do Ensino Exploratório, para o processo de organização e gestão de uma aula, o professor deverá organizá-la em quatro fases: 1 – apresentação da tarefa: momento de garantir que os alunos compreendam o que está sendo solicitado no enunciado da tarefa e promover seu engajamento; 2 – desenvolvimento da tarefa (geralmente acontece em grupos): momento em que deverão emergir as estratégias utilizadas pelos alunos, as quais subsidiarão a seleção e sequenciamento de resoluções para a fase de discussão coletiva; 3 – discussão coletiva da tarefa: momento que são discutidas diferentes estratégias de resolução e raciocínios empregados pelos alunos; 4 – sistematização da aprendizagem, momento em que a teoria / o conhecimento matemático aparece a partir daquilo que os alunos produziram (caso alguma(s) estratégia(s) ou conhecimento(s) matemático(s) não surja(m) a partir dos alunos, o professor poderá introduzi-lo(s)). (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013; CYRINO, 2016).

Um aspecto importante a ser destacado e considerado pelo professor em relação a uma aula nesta perspectiva de ensino se refere à gestão do tempo. Para cada fase da aula na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática, o professor terá que dispender tempo e esforços para que a aula aconteça de forma coesa na direção de que os processos de ensino e de aprendizagem aconteçam efetivamente. Anterior à primeira fase mencionada há a ação que Baldini (2016) chama de antecipar, a qual acontece antes da aula e consiste na escolha/elaboração/adaptação da tarefa levando-se em consideração os objetivos de ensino presentes nos documentos que norteiam o trabalho docente em sala de aula. Importante destacar que esta tarefa precisa ser de proeminente nível de demanda cognitiva, visando a favorecer a investigação e a discussão de ideias/conceitos matemáticos.

Como encaminhamentos metodológicos previstos para a organização do trabalho, as tarefas serão desenvolvidas em grupos (dois, três ou quatro alunos) no intuito de haver trocas de experiências e ideias, conforme apontado a cada início de tarefa que compõe este Caderno. Ainda, pela crença de que a presença de interações nos grupos podem ser elementos que contribuirão significativamente para o processo de aprendizagem dos alunos. Contudo, tem-se o julgamento de que grupos compostos por muitos alunos poderão ocasionar a dispersão, comprometendo a efetivação do processo de ensino e de aprendizagem.

A formação dos grupos poderá ser definida por critérios acordados entre o professor e a turma. Para a realização das tarefas, cada integrante do grupo receberá uma folha contendo a tarefa a ser realizada pelo grupo, no intuito de que todos possam se inteirar desta,



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



assim espera-se que haja maior interação e colaboração por parte de todos os membros do grupo.

Cada tarefa descrita está acompanhada de seus objetivos e de uma previsão de tempo para sua realização podendo ser alterada quando de sua aplicação conforme necessidades dos alunos, envolvimento deles, entre outros fatores. Ainda, de algumas observações e orientações para o professor de encaminhamentos para a realização da tarefa e de materiais necessários para o desenvolvimento desta.

Além do exposto, a cada tarefa é trazido um quadro de orientações que foi criado no intuito de auxiliar o professor na condução de cada uma das tarefas propostas. A função deste quadro é orientar o trabalho pedagógico do professor, com a intenção de dar direcionamentos sobre como proceder em determinadas situações que podem (ou não) acontecer. Importante destacar que ele não é receituário, muito menos que os apontamentos ali presentes tem a obrigação de acontecer e, mesmo que aconteçam, não necessariamente terá que ser na ordem elencada.

Ao final de algumas das tarefas são realizadas sugestões de outras tarefas que podem ser utilizadas pelos professores em suas aulas, como substitutivas de alguma das previstas ou quando julgarem propícias, sempre tendo como norte o efetivo processo de ensino e de aprendizagem.

QUADRO DE AÇÕES ANTECIPADAS PARA O DESENVOLVIMENTO DA TAREFA 2

<i>Tarefa 2 – Separando poliedros</i>	
<i>Atividades dos alunos</i>	<i>Atividades do professor</i>
<p><i>Momento 1</i></p> <ul style="list-style-type: none">Identificam que há Poliedros que apresentam todas as faces regulares e semelhantes entre si (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro) e Poliedros que não apresentam todas as faces regulares e/ou semelhantes entre si (prismas e pirâmides). A partir da análise das características e formas conseguem separá-los em apenas dois grupos e	<p><i>Momento 1</i></p> <ul style="list-style-type: none">Verificar por que os alunos acreditam que os cinco Poliedros, também conhecidos como Sólidos de Platão podem pertencer a um grupo “Poliedros regulares” e os demais: prismas e pirâmides, a outro grupo: “Poliedros irregulares”. Faz-se necessária observação atenta à justificativa e/ou explicação dada pelos alunos quanto a terem observado que, dos sólidos apresentados, apenas cinco



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



<p>nomeá-los, respectivamente: “Poliedros regulares” e “Poliedros irregulares” ou alguma nomenclatura que remeta a este entendimento.</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Constroem um grupo das embalagens/ dos sólidos que possuem as faces regulares e semelhantes entre si e o nomeiam “Poliedros Regulares” (ou algo que remeta a essa ideia). Colocam as embalagens / sólidos restantes (prismas e pirâmides) em um mesmo grupo porque foram as que sobraram e não se encaixaram nas características determinadas para o primeiro grupo, no entanto, não conseguem nomeá-lo.	<p>possuem todas as faces regulares e semelhantes entre si.</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Identificar, clarificar e compreender o procedimento utilizado pelos alunos para a determinação desses dois grupos. Para compor o primeiro grupo, que faces chamaram a atenção dos alunos: quadradas, triangulares (triângulo equilátero), pentagonais e hexagonais regulares e semelhantes? E para a composição do segundo grupo, eles utilizaram as faces retangulares e triangulares (triângulo isósceles) e base(s) regular(es)? Revelam clareza quanto à conceituação e classificação desses sólidos? Questionar o significado do nome atribuído a cada um dos grupos.▪ Solicitar aos alunos que, mais uma vez, observem as embalagens/sólidos geométricos que colocaram no primeiro grupo: “Poliedros Regulares” e questionar: que formas constituem suas faces? Todas as faces tem a mesma forma? São regulares? São semelhantes? É possível determinar/criar um grupo a partir delas? Por que colocá-las em apenas um grupo? Como nomear este grupo? Para formar o outro grupo é possível questionar: e as embalagens/sólidos restantes, o que têm em comum? E de diferente? Ao olharmos suas faces, são regulares? São semelhantes? É possível formar apenas mais um grupo com eles? Por quê? Como vocês irão nomeá-lo? Revelam clareza quanto à conceituação e classificação
--	---



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



<ul style="list-style-type: none">▪ Não conseguem realizar a separação, afirmando que não é possível separar as embalagens e/ou sólidos em acrílico em apenas dois grupos quando analisamos suas faces.	<ul style="list-style-type: none">▪ desses sólidos? Questionar o significado do nome atribuído a cada um dos grupos.▪ Solicitar aos alunos que, mais uma vez, observem a(s) forma(s) de cada sólido geométrico, peguem um deles e estipulem primeiramente um grupo a partir dele, lembrando que o olhar deve estar voltado para as Faces. Talvez seja interessante começar por um dos “Poliedros Regulares” – o hexaedro, por exemplo, e questionar: que forma(s) tem esse sólido? Todas as faces tem a mesma forma? São regulares? São semelhantes? Que outro(s) sólido(s) apresenta(m) essas características? É possível determinar/criar um grupo a partir dele? Qual? Como vocês irão chamá-lo? Para formar o outro grupo é possível questionar: e os sólidos restantes, ao olharmos suas faces, o que eles têm em comum/igual? É possível formar apenas mais um grupo com eles? Por quê? Como vocês irão nomeá-lo? Revelam clareza quanto à conceituação e classificação desses sólidos? Questionar o significado do nome atribuído a cada um dos grupos.
<p style="text-align: center;"><i>Momento 2</i></p> <ul style="list-style-type: none">▪ Identificam, após a montagem das planificações, que há Poliedros que apresentam todas as faces regulares e semelhantes entre si (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro) e Poliedros que apresentam faces regulares, mas que nem todas são semelhantes entre si (tetraedro truncado, cubo truncado, octaedro truncado, dodecaedro truncado,	<p style="text-align: center;"><i>Momento 2</i></p> <ul style="list-style-type: none">▪ Verificar por que os alunos acreditam que os cinco Poliedros, também conhecidos como Sólidos de Platão podem pertencer a um grupo “Poliedros Regulares” e os demais poliedros a outro grupo, “Poliedros semirregulares”, também conhecidos como Sólidos de Arquimedes. Faz-se necessária observação atenta à justificativa e/ou explicação dada pelos alunos quanto a terem observado que,



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



<p>icosaedro truncado). A partir da análise das características e formas conseguem separá-los em apenas dois grupos e nomeá-los, respectivamente, “Poliedros regulares” e “Poliedros Semirregulares” ou alguma nomenclatura que remeta a este entendimento.</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Constroem um grupo a partir das planificações já montadas, o grupo dos sólidos que possuem as faces regulares e todas semelhantes entre si, mas não conseguem separar os sólidos restantes montados a partir das planificações (tetraedro truncado, cubo truncado, octaedro truncado, dodecaedro truncado, icosaedro truncado).	<p>dos sólidos apresentados, apenas cinco possuem todas as faces regulares e semelhantes entre si e os demais apresentam faces regulares, mas nem todas são semelhantes entre si (apresentam mais de um tipo de polígono).</p> <ul style="list-style-type: none">▪ Identificar, clarificar e compreender o procedimento utilizado pelos alunos para a determinação desses dois grupos. O que chamou a atenção do grupo: a regularidade das faces? A semelhança? Eles utilizaram as faces regulares e semelhantes para compor o primeiro grupo? Qual justificativa os alunos apresentam para a composição do segundo grupo? Revelam clareza quanto à conceituação e classificação desses sólidos? Questionar o significado do nome atribuído a cada um dos grupos.▪ Solicitar aos alunos que, mais uma vez, observem a(s) forma(s) de cada sólido geométrico composto após a montagem da planificação. Pedir para que peguem um dos sólidos que colocaram no primeiro grupo: “Poliedros Regulares” e questionar: que formas constituem suas faces? Todas as faces tem a mesma forma? São regulares? São semelhantes? É possível determinar/criar um grupo a partir delas? Por que colocá-las em apenas um grupo? Como nomear este grupo? Para formar o outro grupo é possível questionar: e os sólidos restantes, o que têm em comum? E de diferente? Ao olharmos suas faces, são regulares? São semelhantes? É possível
---	--



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



- Não conseguem realizar a separação, afirmando que não é possível separar as planificações em apenas dois grupos quando analisamos suas faces.

- Solicitar aos alunos que, mais uma vez, observem a(s) forma(s) de cada sólido geométrico composto após a montagem da planificação. Pedir para que peguem um deles e estipulem primeiramente um grupo a partir dele, lembrando que o olhar deve estar voltado para as Faces. Talvez seja interessante começar por um dos “Poliedros Regulares” – o hexaedro, por exemplo, e questionar: que forma(s) tem esse sólido? Todas as faces tem a mesma forma? São regulares? São semelhantes? Que outro(s) sólido(s) apresenta(m) essas características? É possível determinar/criar um grupo a partir dele? Qual? Como vocês irão chamá-lo? Para formar o outro grupo é possível questionar: e os sólidos restantes, ao olharmos suas faces, o que eles têm em comum/igual? É possível formar apenas mais um grupo com eles? Por quê? Como vocês irão nomeá-lo? Revelam clareza quanto à conceituação e classificação desses sólidos? Questionar o significado do nome atribuído a cada um dos grupos.

Sistematização: A partir das resoluções apresentadas pelos alunos, nesta tarefa, caso não apareça nas resoluções, faz-se necessário que o professor chame a atenção dos alunos quanto aos grupos: “Poliedros Regulares” ou Sólidos de Platão, “Poliedros Semirregulares” ou Sólidos de Arquimedes e “Poliedros Irregulares” atentando-se à regularidade (ou não) e semelhança (ou não) das Faces, sugere-se enriquecer a discussão acrescentando os outros



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



elementos de um poliedro. Sistematização na lousa: **Um poliedro é regular² se, e somente se, são satisfeitas as seguintes condições: I) Todas as suas faces são regiões poligonais regulares e congruentes entre si; II) Todos os seus ângulos poliédricos são congruentes entre si. *Elementos de um poliedro: faces (regiões poligonais de um poliedro), arestas (cada lado de uma face qualquer de um poliedro), vértices (ponto comum entre os lados de um poliedro), ângulo poliédrico (a porção do espaço cuja superfície é a reunião dos ângulos das faces que têm um mesmo vértice), diagonal de uma face (segmento de reta que liga dois vértices não consecutivos de um polígono), diagonal do poliedro (é qualquer segmento de reta cujos extremos são dois vértices que não pertencem a uma mesma face). *Poliedros Semirregulares³: são poliedros cujas faces são polígonos regulares de mais de um tipo. Todos os seus vértices são congruentes, isto é, existe o mesmo arranjo de polígonos em torno de cada vértice. Além disso, todo vértice pode ser transformado num outro vértice por uma simetria do poliedro. Existem apenas treze poliedros arquimedianos e são todos obtidos por operações sobre os sólidos platônicos. Onze deles são obtidos por truncação de sólidos platônicos: o tetraedro truncado, o cuboctaedro, o cubo truncado, o octaedro truncado, o rombicuboctaedro, o cuboctaedro truncado, o icosidodecaedro, o dodecaedro truncado, o icosaedro truncado, o rombicoidodecaedro e o icosidodecaedro truncado; e dois são obtidos por snubificação de sólidos platônicos: o cubo snub e o icosidodecaedro snub. Os sólidos obtidos por snubificação são sólidos cuja sua figura é a mesma correspondente no espelho. *Poliedros Irregulares⁴: são aqueles que não admitem lei de geração que os caracterize com perfeição. Os poliedros irregulares são divididos em dois grupos: (I) pirâmides e (II) prismas⁵. Pirâmide é o poliedro resultante da interseção de um ângulo sólido por um plano inclinado às arestas. Pode também ser vista como o resultado da ligação dos vértices de um polígono a um ponto fora do plano do polígono. A pirâmide dita regular tem por base um polígono regular. Os prismas são os sólidos geométricos que ficam definidos quando um feixe de paralelas não coplanares é cortado por dois planos. Quando os planos não são paralelos fica dito que a figura é um "Tronco de prisma". Os planos são chamados*

² Extraído de Paiva (2005).

³ Extraído de Lopes (2009).

⁴ Extraído de: http://www.uel.br/cce/mat/geometrica/php/gd_t/gd_21t.php. Acesso em: 09 de dezembro de 2016.

⁵ Deixa-se a sugestão de abordar ainda: (II) Anti-Prismas: Quando ligamos os vértices de dois polígonos não coplanares, de modo a definir triângulos entre eles, formam-se poliedros conhecidos por:

1. Antiprismóides – quando os polígonos não têm mesmo número de lados.
2. Antipiramóides – Quando um dos polígonos é substituído por um segmento de reta.
3. Tronco-Antiprismas – Quando os polígonos têm mesmo número de lados e não são de planos paralelos.
4. Antiprismas – Quando os polígonos têm mesmo número de lados e estão em planos paralelos. (http://www.uel.br/cce/mat/geometrica/php/gd_t/gd_21t.php. Acesso em: 09 de dezembro de 2016).



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



de "bases" e as paralelas são as "arestas laterais". Pode também ser visto como a figura gerada por um polígono qualquer que se desloca segundo uma reta. Alguns prismas especiais são os chamados paralelepípedos, de bases e faces laterais retangulares as faces opostas são iguais entre si e todos os ângulos diedros são retos. A partir do escrito na lousa, se necessário, é importante o professor explorar com os alunos o(s) termo(s) desconhecido(s) para eles.

Referências:

- CYRINO, M. C. C. T. (Org.). Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática: elaboração e perspectivas. Londrina: Eduel, 2016.
- DIAS VERONEZ, M. Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) – Curso IV (Conteúdos específicos II). Notas de aula. 2016.
- LOPES, T. I. D. Os sólidos geométricos. Trabalho de Mestrado em Ensino de Matemática no 3º Ciclo do Ensino Básico e no Ensino Secundário. Departamento de Matemática. Faculdade de Ciência e Tecnologia. Universidade de Coimbra. 2009. Disponível em: http://www.mat.uc.pt/~mat0717/public_html/Cadeiras/2Semestre/trabalho%204%20CasadasCiencias_TANIALOPES.pdf. Acesso em: 10 de dezembro de 2016.
- OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. Quadrante. v. 22, n. 2, 2013. p.29-53.
- PAIVA, M. Matemática. Volume único. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2005.