



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Tarefas: 1, 2, 3, 4 e 5 (parte 3)

Conteúdo: Frações

Fonte: OLIVEIRA, M. B. de. Frações: explorar para compreender. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**: produção didático-pedagógica, 2014. Paranavaí: SEED/PR, 2014. Versão Online. (Cadernos PDE). ISBN 978-85-8015-079-7.

TAREFA 1 – O NÚMERO RACIONAL E SUAS DIFERENTES REPRESENTAÇÕES

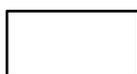
Separe a tira branca, que será o *Inteiro Referencial* e servirá para fazermos algumas comparações.

Para as demais tiras siga as orientações a seguir:

- Pegue a tira cor de rosa e divida-a em 2 (duas) partes iguais. Escreva em cada uma das partes todas as representações numéricas que você conhece.
- Pegue a tira verde e divida-a em 4 (quatro) partes iguais. Escreva em cada uma das partes todas as representações numéricas que você conhece.
- Pegue a tira azul e divida-a em 5 (cinco) partes iguais. Escreva em cada uma das partes todas as representações numéricas que você conhece.
- Pegue a tira amarela e divida-a em 8 (oito) partes iguais. Escreva em cada uma das partes todas as representações numéricas que você conhece.
- Pegue a tira vermelha e divida-a em 10 (dez) partes iguais. Escreva em cada uma das partes todas as representações numéricas que você conhece.
- Em cada uma das tiras você fez a representação numérica de diferentes formas, identifique e nomeie cada uma dessas representações.
- Explique como você obteve cada uma dessas representações.

TAREFA 2 – RECONSTRUINDO A UNIDADE

- A figura dada a seguir representa $\frac{1}{4}$ da unidade, desenhe a figura completa.



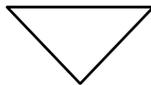
- A figura dada a seguir representa $\frac{1}{2}$ da unidade, desenhe a figura completa.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



c) A figura dada a seguir representa $\frac{1}{6}$ da unidade, desenhe a figura completa.



Tarefa adaptada de Quaresma (2010).

TAREFA 3 – DEFININDO FRAÇÕES IMPRÓPRIAS E NÚMEROS MISTOS

Usar o material construído na tarefa 1 da parte 3.

1) Com o auxílio do seu material, compare as frações $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$ e $\frac{1}{10}$.

Essas frações tem numerador igual a 1 e são chamadas frações unitárias.

- Qual a maior fração unitária no seu material? E a menor?
 - Qual a relação entre o denominador da fração unitária e seu tamanho?
- Pegue o inteiro do seu material e compare com as outras partes. Para cada uma, verifique quantas peças são necessárias para formar o inteiro. Represente numericamente e escreva a que conclusão você chegou.
 - Coloque sobre a mesa, lado a lado, o correspondente a $\frac{10}{5}$, substitua por inteiros o que for possível e represente numericamente a substituição efetuada.
 - Coloque sobre a mesa, lado a lado, o correspondente a $\frac{13}{4}$. Substitua por inteiros o que for possível e represente numericamente a substituição efetuada.
 - Anotações sobre os resultados do experimento:

TAREFA 4 – DEFININDO FRAÇÕES EQUIVALENTES

Usar o material construído na tarefa 1 da parte 3.

- Pegue a peça representada por $\frac{1}{2}$ no seu material de frações. Usando o restante o material, verifique com que outras peças podemos formar $\frac{1}{2}$.
- Em cada caso, anote quantas peças de cada tipo são necessárias para formar $\frac{1}{2}$, representando matematicamente todas as possibilidades.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
 Financiamento:
 Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
 Tecnológico - CNPq



- 3) Forme $\frac{1}{2}$ com outras frações que não fazem parte do seu material e registre todas as possibilidades que encontrar.
- 4) Em Matemática, costumamos dizer que as frações que você encontrou nesse experimento são equivalentes a $\frac{1}{2}$. Escreva uma explicação para essa ideia.
- 5) Vamos fazer o mesmo com outras frações, escrevendo os resultados na tabela a seguir:

<i>Fração inicial</i>	<i>Frações equivalentes</i>								
$\frac{1}{2}$									
$\frac{1}{3}$									
$\frac{1}{4}$									
$\frac{1}{5}$									

- 6) Faça outras experiências com seu material e discuta com seu grupo. Anote o que vocês observaram até agora e elabore uma regra para escrever frações equivalentes a uma fração dada, representando-a também em linguagem matemática.
Lembre-se que essa regra deve “valer” para as outras frações.

TAREFA 5 – TRABALHANDO COM FRAÇÕES EQUIVALENTES

Quadro das frações



Observando o quadro das frações responda as questões a seguir:

- a) Represente todas as frações equivalentes a $\frac{1}{2}$.
- b) E equivalentes a $\frac{1}{3}$, quais são elas?
- c) Quais são as equivalentes a $\frac{1}{6}$?



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



- d) De quantas formas diferentes posso representar $\frac{3}{4}$? Quais são elas?
- e) Você consegue estabelecer outras relações de equivalência observando o quadro das frações?
- f) Explique com suas palavras o que você entende por frações equivalentes.

Tarefa adaptada de Quaresma (2010).

SOBRE AS TAREFAS DA PARTE 3 – REPARTINDO A UNIDADE

Duração:

- 8 aulas

Unidade temática:

- Números e Álgebra

Conteúdo:

- Frações

Ano de escolaridade:

- 6º ano do Ensino Fundamental

Objetivos para o conjunto de tarefas:

- Compreender e utilizar um número racional nas suas diferentes representações: fração, número decimal, número misto, porcentagem e pictórica;
- Reconhecer frações que representam números maiores que a unidade;
- Identificar frações equivalentes;
- Identificar e dar exemplos de frações equivalentes a uma fração dada.

APRESENTAÇÃO

A Unidade Didática está organizada em cinco partes, cada uma abrangendo um conjunto de ideias matemáticas, consideradas essenciais para a compreensão dos alunos a respeito das frações, que denominamos:

Parte 1 - Explorando Situações de Contagem



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



Parte 2 - Explorando Situações de Partilha

Parte 3 - Repartindo a Unidade

Parte 4 - Diferentes Representações do Número Racional (Fração, Número Decimal e Porcentagem)

Parte 5 - As Diferentes Interpretações do Número Racional (Parte-Todo; Operador; Medida; Razão e Quociente)

Na busca de alternativas para reformular o modo como abordamos esse conteúdo no Ensino Fundamental, observamos que estudiosos têm defendido a Investigação Matemática, mais especificamente a perspectiva do Ensino Exploratório, como uma metodologia que colabora para aprendizagem matemática dos alunos, com compreensão.

Segundo Ponte, Brocardo, Oliveira (2013), “em numerosas experiências já empreendidas com trabalho investigativo, os alunos têm mostrado realizar aprendizagens de grande alcance e desenvolver um grande entusiasmo pela Matemática” (p. 10). Nesses estudos, destacam-se as *práticas de ensino exploratório*, em que os alunos aprendem a partir do seu envolvimento com tarefas que contemplam ideias e representações matemáticas que eles podem compreender e produzir significado.

Nesta perspectiva, o que se propõe nessa Unidade Didática é desenvolver os conteúdos a partir de tarefas desafiadoras, por meio de práticas de ensino exploratório que, segundo Canavaro (2011) visam proporcionar ao professor melhores condições para conduzir produtivamente as discussões matemáticas. Essas práticas serão descritas mais detalhadamente no encaminhamento metodológico.

O trabalho tem como objetivo principal discutir o potencial das práticas de ensino exploratório para promover a aprendizagem matemática dos alunos do 6º ano a respeito do conteúdo de frações.

As tarefas propostas nessa unidade didática são, em sua maioria, inspiradas e adaptadas das produções de Bertoni (2008), Quaresma (2010) e de Lamon (2005).

ORIENTAÇÕES METODOLÓGICAS

Este material didático foi fundamentado na tendência metodológica da Investigação Matemática, com foco nas aulas e tarefas exploratórias, sendo assim todas as aulas serão norteadas através da perspectiva do Ensino Exploratório da Matemática. No Quadro abaixo,



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



elaborado com base nos textos de Canavarro (2011) e Canavarro, Oliveira, Menezes (2012), apresentamos algumas orientações para o desenvolvimento das aulas nessa perspectiva.

<i>Antecipar</i>	A antecipação corresponde essencialmente a uma previsão por parte do professor de como os seus alunos irão abordar as tarefas que lhes coloca com vista a relacionar aquilo que eles poderão fazer com o propósito matemático da aula. Ao antecipar, o professor dedica-se a: prever a interpretação e o envolvimento dos alunos na tarefa; elencar uma diversidade de estratégias, corretas e incorretas, que os alunos poderão usar, com diferentes graus de sofisticação; relacionar essas estratégias com os conceitos, representações, ou procedimentos que quer que os alunos aprendam e/ou com as capacidades que quer que eles desenvolvam.
<i>Monitorar</i>	A monitorização corresponde à apropriação por parte do professor das estratégias e resoluções que os alunos realizam durante o trabalho autónomo com o objetivo de avaliar o seu potencial para a aprendizagem matemática a promover na turma. Ao monitorizar, para além de verificar se os alunos estão a trabalhar na tarefa, o professor dedica-se a: observar e ouvir os alunos ou grupos; avaliar a validade matemática das suas ideias e resoluções; interpretar e dar sentido ao seu pensamento matemático, mesmo que lhe pareça estranho e/ou não o tenha antecipado; ajudar os alunos em dificuldade a concretizar resoluções que tenham potencial matemático relevante para o propósito matemático da aula.
<i>Selecionar</i>	Selecionar corresponde a identificar os alunos ou grupos cujas resoluções são importantes para partilhar, com toda a turma, na fase de discussão de modo a proporcionar uma diversidade de ideias matemáticas adequadas ao propósito matemático da aula — e estas não são necessariamente dos alunos que se oferecem para ir ao quadro. A seleção criteriosa pelo professor proporciona que sejam as ideias matemáticas importantes as discutidas pela turma, evitando que o desenvolvimento da discussão fique à mercê das estratégias que apresentam os voluntários.
<i>Sequenciar</i>	Esta prática dá-se quase em simultâneo com a anterior, e é muito orientada pelo percurso de exploração das ideias matemáticas que o professor entende ser mais adequado para os seus alunos tendo em vista atingir o propósito matemático da aula. Ao tomar decisões ponderadas acerca da ordem pela qual se dá a apresentação e partilha dos trabalhos dos alunos, o professor



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



	<p>pode maximizar as hipóteses de a discussão e síntese serem matematicamente bem sucedidas.</p>
<i>Estabelecer conexões</i>	<p>Esta prática dá-se imediatamente a seguir à discussão das diferentes resoluções e, muitas vezes, pode ainda começar durante a mesma. É importante sublinhar que o propósito das discussões não é realizar um desfile de apresentações separadas de diferentes respostas ou estratégias de resolver uma dada tarefa; o propósito das discussões é relacionar as apresentações com vista ao desenvolvimento coletivo de ideias matemáticas poderosas que sintetizam as aprendizagens matemáticas dos alunos. Para tal, o professor convida os alunos a analisar, comparar e confrontar as diferentes resoluções apresentadas, identificar o que têm de semelhante ou de distinto, quais são as potencialidades e mais valias de cada uma delas, esperando que desta análise retirem heurísticas para abordar tarefas futuras.</p>
<i>Sistematizar</i>	<p>Esta prática tem por objetivo a sistematização das aprendizagens dos alunos, tendo em vista o propósito matemático da aula. Para isso, o professor pode estabelecer relações entre os conhecimentos matemáticos mobilizados pelos alunos na resolução e discussão da tarefa, e apresentar as representações formais de conceitos e ideias matemáticas, regras, fórmulas, propriedades. Nessa fase, é importante que o professor valorize a sistematização de conhecimentos matemáticos, e mostre aos alunos a importância de regras ou generalizações, evidenciando que os conhecimentos matemáticos discutidos a partir de uma tarefa podem ser explorados em outros contextos matemáticos e também em outra áreas do conhecimento. Também é importante que os alunos registrem os conhecimentos matemáticos sistematizados, e identifiquem representação semelhantes em seu livro didático, de modo que possam recorrer a eles quando necessário.</p>

Com a prática do ensino exploratório de Matemática, nesta unidade didática, busca-se promover o estudo e aprendizagem das frações com compreensão, acreditamos que o trabalho em equipe e a justificação dos meios usados para resolver a situação proposta deverá mobilizar o pensamento matemático do aluno de forma a produzir significado para que realmente haja compreensão do que é proposto e para a formalização de novos conceitos. Sendo essa a perspectiva que irá nortear o desenvolvimento de todas as aulas, apresentamos a seguir algumas orientações gerais para o desenvolvimento de todas as tarefas propostas:



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



- a turma deverá estar organizada em grupos de no máximo quatro alunos;
- ao propor a tarefa o professor deverá fazer a leitura e dar as orientações necessárias, tomando o cuidado para não induzir o aluno quanto à sua resolução e estratégias que deve usar;
- os alunos devem resolver a tarefa a partir do conhecimento que possuem e usando as estratégias que julgarem necessárias, mas sempre deverão justificar o processo por eles utilizado;
- enquanto os alunos resolvem a tarefa o professor deverá monitorar o trabalho passando por todas as equipes encorajando-os e auxiliando-os no que for necessário. Nesse momento é importante ir observando e selecionando as diferentes resoluções que tenham potencial matemático para o propósito da aula;
- estabelecer a ordem de apresentação das diferentes estratégias usadas para resolução da tarefa de preferência da mais informal para a mais formal no que diz respeito às representações matemáticas que são objeto de estudo da aula;
- os grupos deverão justificar as respostas e estratégias que usaram para resolver as tarefas e o professor irá mediar a discussão com a turma validando ou não o resultado, explorando as ideias matemáticas presentes no processo e fazendo as conexões necessárias para explicar o conteúdo matemático envolvido.

No caso da Tarefa 1 - O número racional e suas diferentes representações, o material necessário para cada aluno: 6 (seis) tiras de papel cartão, de mesmo tamanho, uma de cada cor (branca, cor de rosa, verde, azul, amarelo e vermelho), tesoura, régua e canetas coloridas.

Referências:

BERTONI, N. E. A Construção do Conhecimento sobre Número Fracionário. Revista Bolema, Rio Claro, ano 21, n. 31, p. 209 – 237, 2008.

CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. 2011.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. Práticas de ensino exploratório da Matemática: O caso de Célia. 2012.

LAMON, S. J. Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. Second edition. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers. Mahwah, New Jersey, 2005.

PONTE, J. P. da; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. Investigações Matemáticas na sala de aula. 3 ed. rev. ampl. - Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.



Projeto de Pesquisa:
Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica
Financiamento:
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e
Tecnológico - CNPq



QUARESMA, M. Ordenação e comparação de números racionais em diferentes representações: uma experiência de ensino. 2010. Dissertação de mestrado. Universidade de Lisboa, Lisboa, Portugal. Disponível em <http://core.kmi.open.ac.uk/download/pdf/12422697.pdf> acesso em 04/11/2014