



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



## Tarefa 5 – Determinando a área do círculo

**Conteúdo:** Comprimento/perímetro de uma circunferência

Fonte: JAKIMIU, M. G. **Proposta de Ensino na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática a partir da reflexão sobre o estágio de regência**. 2020. 60 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Universidade Estadual do Paraná, União da Vitória. 2020.

### TAREFA 5 – DETERMINANDO A ÁREA DO CÍRCULO

- 1) Abram o arquivo *Tarefa 5 a*. Sabendo que o segmento AB representa o comprimento da circunferência de raio  $r$ , o que acontece conforme mudam o valor do raio?
- 2) Agora abram o arquivo *Tarefa 5 b* e movam o controle deslizante  $r$ . O que vocês podem perceber ao comparar o que acontece nesse arquivo com o arquivo *Tarefa 5 a*?
- 3) Abram o arquivo *Animação* e estabeleçam pelo menos 3 relações entre o círculo e a “nova” figura formada. Qual é essa figura? Como determinar sua área?
- 4) Como vocês podem determinar a área do círculo?
- 5) Determinem a área de um círculo de raio igual a 8 cm.

Adaptada de Jakimiu e Seledes (2019).

## PLANO DE AULA

**Duração:**

- 1h/aula

**Conteúdo:**

- Comprimento/perímetro de uma circunferência

**Ano de escolaridade:**

- 8º ano do Ensino Fundamental

**Objetivos:**

- Compreender o que é o comprimento/perímetro de uma circunferência;
- Deduzir a fórmula para seu cálculo a partir do raio.



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



---

### Recursos:

Lousa e giz, caderno e caneta para anotações durante a aula, tarefas impressas a serem entregues aos alunos, celular, notebook e projetor a fim de fotografar e exibir para a turma as resoluções dos grupos para discussão, *tablets* para utilização do software GeoGebra, régua, barbantes, arames encapados e objetos com formato circular (tampas, latas, copos, etc.) para serem utilizados pelos alunos durante a realização das tarefas.

### Metodologia

As aulas serão baseadas na perspectiva do Ensino Exploratório de Matemática – EEM, sendo organizadas em quatro fases orientadas pelas ações a serem conduzidas pelo professor, como descritas por Cyrino e Teixeira (2016):

- *Proposição da tarefa:* a tarefa será apresentada e eventuais dúvidas sobre seu funcionamento esclarecidas;
- *Desenvolvimento da tarefa:* os alunos irão se reunir em grupos para desenvolver a tarefa e elaborar um relatório, contendo seu raciocínio e resolução dos itens propostos, que deverá ser entregue ao final da aula. Enquanto isso, os professores acompanharão os trabalhos dos grupos, e realizarão questionamentos com o intuito de compreender o pensamento dos alunos e provocá-los a pensamentos mais complexos. Será chamada a atenção ao fato de que os professores questionarão tanto resoluções incorretas quanto corretas, e não validarão respostas. Os professores também farão anotações acerca de como cada grupo está desenvolvendo seu trabalho, e irão selecionar e sequenciar as resoluções dos grupos para discussão;
- *Discussão coletiva:* os grupos selecionados pelos professores serão convidados a explicarem para a turma seu raciocínio para a resolução da tarefa ou item e, em seguida, será feita uma discussão entre toda a turma acerca da tarefa. Para isso, os professores terão fotografado a resolução do grupo com um celular e o conectarão a um notebook ligado ao projetor, de maneira que toda a turma possa visualizar a resolução do grupo para discussão. Os critérios a serem utilizados pelos professores para a seleção dos grupos podem ser:

uma resolução que apresenta um erro recorrente a esclarecer; uma resolução particular que se distingue e acrescenta compreensão e/ou ajuda a atingir o propósito matemático da aula; resoluções com diferentes estratégias matemáticas, sobretudo as mais produtivas; resoluções com representações matemáticas diversas, sobretudo as mais eficazes (CANAVARRO, 2011, p. 15).

- *Sistematização das aprendizagens:* Canavarro (2011, p. 11) afirma que a perspectiva do ensino exploratório “não advoga que os alunos descubram sozinhos as ideias



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



matemáticas que devem aprender, nem tão pouco que inventam conceitos e procedimentos ou lhes adivinham os nomes”. Assim, destaca-se o papel fundamental do professor ao sistematizar as aprendizagens que ocorrem durante a resolução da tarefa e sua discussão, que por sua vez nortearão os conhecimentos matemáticos que podem ser introduzidos ou abordados. Essa sistematização será realizada com a colaboração dos alunos, considerando as discussões anteriores. Para isso, pode-se

relacionar os conhecimentos matemáticos presentes nas resoluções dos alunos com seus conhecimentos prévios, com ideias matemáticas ou com representações formalizadas, introduzindo ou discutindo conceitos e ideias matemáticas, regras, generalizações, propriedades, entre outros, de acordo com os objetivos que delineou em relação à aprendizagem matemática dos alunos para aquela aula (CYRINO; TEIXEIRA, 2016, p. 96).

Considera-se o *inquiry*<sup>1</sup>, a colaboração, a comunicação e a reflexão como dimensões fundamentais do EEM (PAULEK; ESTEVAM, 2017), portanto, esses são aspectos que as aulas aqui planejadas buscam incentivar. Para isso, serão utilizadas tarefas que possam desafiar e envolver os alunos ao estimular formas complexas de pensamento (CANAVARRO, 2011). Seu desenvolvimento será feito em grupos, com a intenção de que os alunos participem ativamente enquanto questionam, explicam e discutem entre si. Nesse contexto, sua aprendizagem decorre “da possibilidade de trabalharem com tarefas matemáticas ricas e de poderem partilhar com os colegas e o professor as suas ideias” (OLIVEIRA; MENEZES; CANAVARRO, 2013, p. 3), preceitos fundamentais para a aprendizagem segundo a perspectiva do EEM.

## DESENVOLVIMENTO

Após a conclusão da Tarefa 4 por um grupo, lhes será entregue a folha com a Tarefa 5.

<sup>1</sup> O termo *inquiry* é geralmente traduzido para a língua portuguesa como investigação ou inquirição, termos que não correspondem adequadamente ao seu significado. Assim, optamos por mantê-lo em inglês, tomando-o, a partir das ideias de Dewey (1938), como um processo de, em situações desafiadoras, abordar o desconhecido com aquilo que é conhecido e a partir disso formular hipóteses e inferências.

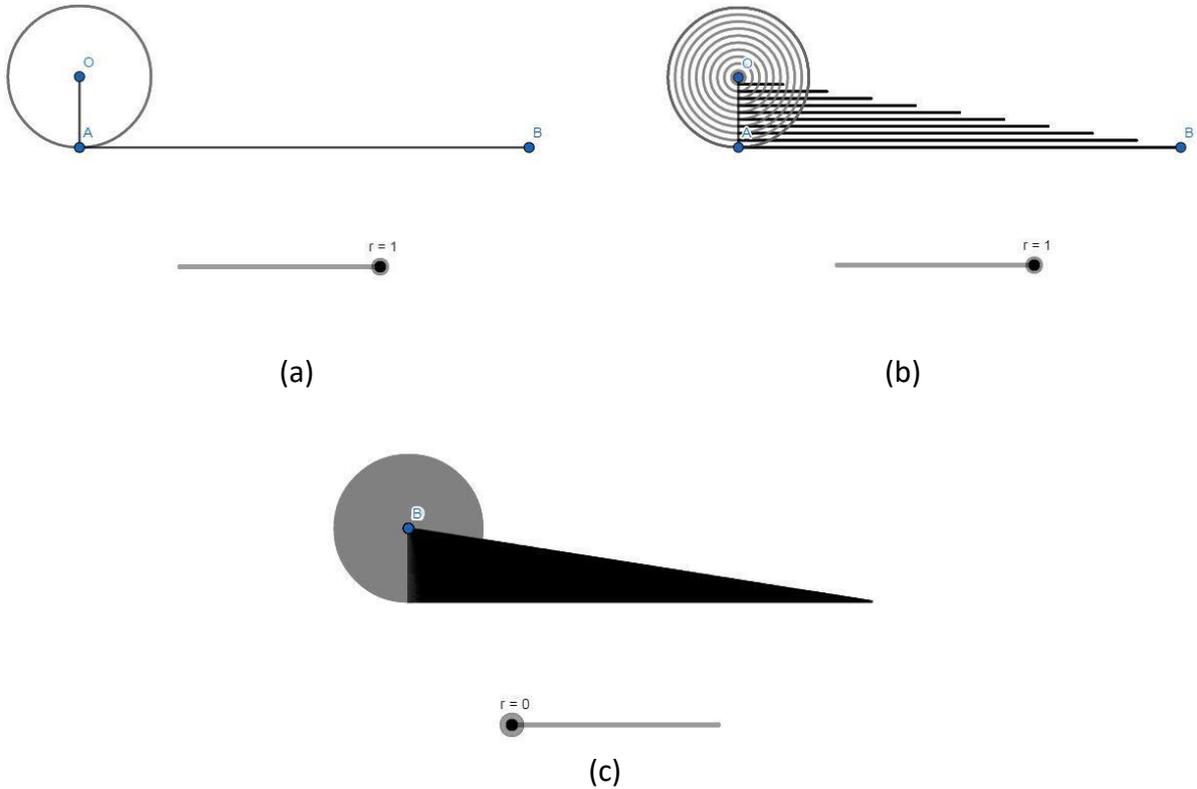


Figura 1 – Tarefa 4 – inicial (a), após movimentar o controle deslizante  $r$  com incremento de 0,1 (b) e após movimentar  $r$  com incremento de 0,00001 (c)  
 Fonte: adaptada de Souza (2014).

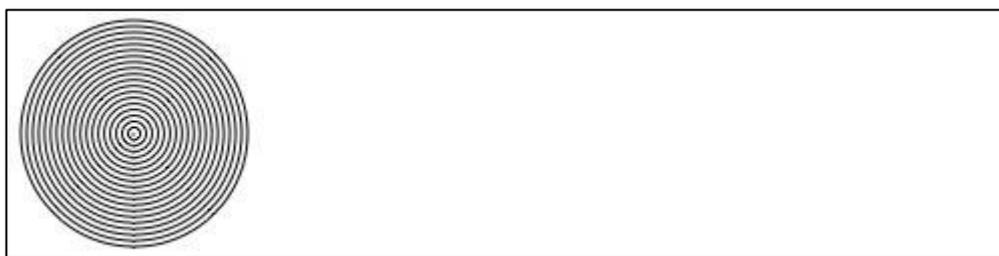
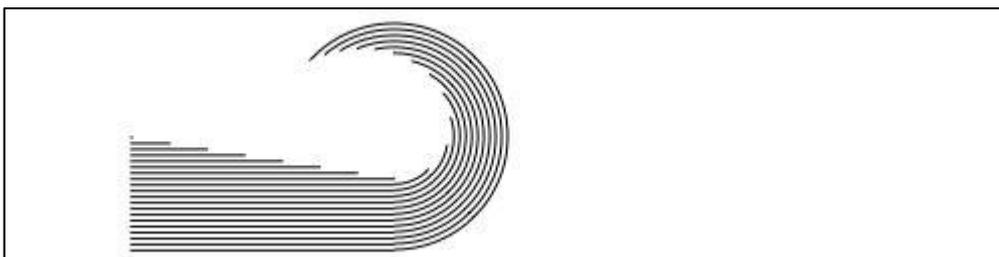


Figura 1 – Animação (posição inicial)  
 Fonte: [imgur.com<sup>2</sup>](https://imgur.com/pZESdEa)



<sup>2</sup> Disponível em: <<https://imgur.com/pZESdEa>>. Acesso em: 09 de set. de 2020.



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



Figura 2 – Animação (posição intermediária)  
Fonte: imgur.com<sup>2</sup>



Figura 3 – Animação (posição final)  
Fonte: imgur.com<sup>2</sup>

#### QUADRO DE AÇÕES

<i>Ações dos alunos</i>	<i>Ações do professor</i>
<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos não fazem relação da área do triângulo com a área do círculo.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Sugerir para que observem o desenho e reparem que o que está sendo formado é um triângulo retângulo.</li><li>Questionar qual a expressão que podemos usar para calcular a área do triângulo?</li><li>Há como relacionar essa expressão para encontrar uma outra para calcular a área do círculo? Se sim, como?</li></ul>
<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos não percebem que o raio pode representar a altura do triângulo.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Questionar pelo que é formado o triângulo? Que elementos representam sua base e sua altura?</li><li>Sugerir que olhem para a representação e o rastro do controle deslizante. O que significa o segmento AO? Quando movimentado o controle deslizante o que este segmento se torna no triângulo?</li></ul>



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



<i>Ações dos alunos</i>	<i>Ações do professor</i>
<ul style="list-style-type: none"><li>Os alunos não percebem que podem utilizar a fórmula usada para calcular a área do triângulo (<math>b \cdot h/2</math>) para encontrar uma fórmula para a área do círculo.</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>Pedir para que escrevam a fórmula do cálculo da área do triângulo e observem quais valores eles têm observando a representação no GeoGebra;</li><li>Sugerir que comparem estes valores com o desenho do círculo. Há valores que possuem a mesma medida? Se sim, o que pode-se fazer quanto a isso?</li></ul>

Quadro 1 – Orientações para o professor sobre a Tarefa 5, adaptado de Jakimiu e Seledes (2019)  
Fonte: o autor.

### Sistematização

#### *Sistematização*

Com a discussão coletiva finalizada, os professores trazem seguem para a fase de sistematização, para que possam conceituar os conteúdos já trabalhados nas tarefas e discutidos com os alunos. É importante que os professores façam esta ponte entre o que foi discutido e o que será conceituado mais a frente por eles para que não se percam ideias e ligações.

Nestas últimas tarefas os professores buscam a compreensão da expressão do cálculo de área do círculo. Para isso, utilizou-se de arquivos no GeoGebra que possam ilustrar da melhor maneira. Na Tarefa 4, os alunos observam a circunferência e conforme movimentam o controle deslizante  $r$  cria-se várias outras circunferências dentro da que possui raio maior. No segundo arquivo, quando movimentam o controle deslizante o que acontece é a mesma coisa, mas neste caso há algo muito próximo do preenchimento do círculo. Os professores podem questionar para que os alunos descrevam o que ocorreu aqui, e mostrar que quanto mais valores para o raio, mais circunferências aparecem, assim a circunferência maior é preenchida, aproximando-se de um círculo. Logo, os professores devem questionar sobre se houvesse uma quantidade muito grande de circunferências resultaria em um preenchimento completo e logo teríamos um círculo. Assim os professores devem deixar claro que o somatório de todas as infinitas circunferências dentro da circunferência de raio maior resulta na área do círculo.

Já na Tarefa 5 os professores buscam fazer com que os alunos percebam que o raio da circunferência é o mesmo valor que a altura do triângulo retângulo formado e, como dito no enunciado, o segmento AB (que é base do triângulo retângulo) é o comprimento da circunferência para determinado valor do raio. Sendo assim, os professores apontam para o triângulo e questionam qual expressão para calcular a área do triângulo (já lembrada



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



antes de iniciar a tarefa) e assim fazer a ligação com uma expressão que possam calcular a área do círculo. Sendo a expressão do cálculo da área do triângulo  $b \cdot h / 2$  ( $b$ =base,  $h$ =altura) sabe-se pela ilustração do arquivo que a base do triângulo é o comprimento da circunferência e que a altura nada mais é que o raio da mesma. Desta forma, substituindo tem-se: área do círculo = comprimento\*raio/2, mas sabe-se que o comprimento foi discutido na tarefa anterior e chegou-se a expressão: comprimento=  $2 \cdot \pi \cdot r$ , substituindo no lugar do comprimento tem-se: Área do círculo=  $2 \cdot \pi \cdot r \cdot r / 2$  e simplificando a expressão: Área do círculo =  $\pi \cdot r^2$ . Assim, chega-se na expressão e os professores ainda questionam os alunos para que calculem o comprimento com o valor dado do raio = 3. Utilizando a expressão:  $\pi \cdot (3)^2 = \text{aprox. } 20,26 \text{ u.a}$

Quadro 2 – Sistematização sobre a Tarefa 4 e 5  
Fonte: Jakimiu e Seledes (2019).

#### *Avaliação:*

A avaliação é um elemento necessário e sempre presente no trabalho do professor. Através dela, os resultados obtidos ao longo do trabalho com os alunos são comparados aos objetivos propostos para, dessa forma, verificar progressos e dificuldades, além de reorientar o trabalho para as correções necessárias. Essa é uma tarefa complexa, e não se resume apenas à realização de provas e atribuição de notas, mas os dados resultantes devem ser submetidos a uma análise qualitativa (LIBÂNEO, 2006).

Será utilizada a modalidade de avaliação formativa, que de acordo com Blaya (2007 *apud* OLIVEIRA; SILVA; SOUZA, 2008) é uma forma de avaliação na qual a preocupação central está em coletar dados para reorientação do processo de ensino-aprendizagem, ocorrendo de maneira contínua. Sua finalidade é proporcionar informações a respeito do desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem, de modo que o professor possa realizar ajustes de acordo com as características dos alunos, a fim de orientar, apoiar, reforçar e corrigir (GIL, 2006 *apud* OLIVEIRA; SILVA; SOUZA, 2008)

Deste modo, a avaliação acontecerá durante o desenvolvimento das tarefas com o acompanhamento do trabalho coletivo e da participação de cada aluno nas discussões dentro do grupo; durante as apresentações, será avaliado como os alunos explicam suas ideias e as discussões que podem ocorrer entre grupos diferentes (questões levantadas e respostas). Por fim, os registros feitos pelos grupos serão recolhidos para análise das estratégias utilizadas e soluções encontradas.

A nota será atribuída levando em conta os seguintes critérios: a participação nas discussões durante o desenvolvimento da tarefa dentro do grupo; se a tarefa foi resolvida ou



Projeto de Pesquisa:  
**Ensino Exploratório de Matemática na Educação Básica**  
Financiamento:  
Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e  
Tecnológico - CNPq



não, considerando também as estratégias utilizadas e ideias matemáticas presentes nas resoluções, mesmo que não tenha chego à resposta; participação durante a discussão coletiva, esteja o aluno apresentando ou ouvindo.

Por fim, a partir da análise dos relatórios e discussões desenvolvidos pelos alunos, temos a avaliação somativa, que objetiva realizar um balanço geral ao final de um período de aprendizagem ao verificar se os objetivos propostos no planejamento foram alcançados (OLIVEIRA; SILVA; SOUZA, 2008).

#### Referências

- CANAVARRO, A. P. Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, Lisboa, n. 115, p. 11-17, 2011.
- CYRINO, M. C. de C. T.; TEIXEIRA, B. R. O ensino exploratório e a elaboração de um framework para os casos multimídia. In: CYRINO, M. C. de C. T. *Recurso multimídia para a formação de professores que ensinam matemática*. Londrina: Eduel, 2016. cap. 4, p. 81-98.
- DEWEY, J. *Logic: The theory of inquiry*. New York: Henry Holt and Company, 1938.
- LIBÂNEO, J. C. *Didática*. São Paulo: Cortez, 2006.
- OLIVEIRA, A. de; SILVA, C. da; SOUZA, G. M. R. de. Avaliação: conceitos em diferentes olhares, uma experiência vivenciada no curso de pedagogia. In: EDUCERE – CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 8., 2008, Curitiba. *Anais...* Curitiba: PUCPR, 2008.
- OLIVEIRA, H.; MENEZES, L.; CANAVARRO, A. P. Conceptualizando o ensino exploratório da Matemática: Contributos da prática de uma professora do 3.º ciclo para a elaboração de um quadro de referência. *Quadrante*, v. 22, n. 2, p. 19-53, 2013.
- PAULEK, C. M.; ESTEVAM, E. J. G. Ensino exploratório de matemática: uma discussão sobre tarefas e a dinâmica da aula. In: Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, 8., 2017, Madrid. *Livro de Actas*, Andújar (Jaén): Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas. 2017. p. 412-421.
- SOUZA, H. C. T. de. O ensino de geometria euclidiana plana no ensino fundamental: círculo e circunferência. In: BASNIAK, M. I.; ESTEVAM, E. J. G. *O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica*. Curitiba: Íthala, 2014. cap. 4, p. 94-126.